Les hauts salaires gagnent-ils beaucoup ?

F. Chambat, 2009

—

Introduction

J'ai souvent entendu dire que limiter les salaires vers le haut (ou les imposer à 100 % au delà d'un seuil) ne permettrait pas de récupérer beaucoup d'argent. Autrement dit l'intégrale de la fonction de répartition des salaires est négligeable devant le budget de l'Etat. Or personne ne me semblait détenir de preuve de cette affirmation (ou de sa négation). La difficulté de trouver les données correspondantes m'a convaincu de considérer cela plus sérieusement. J'ai fini par trouver qq données et fait les calculs. Je trouve que *si on impose à 100 % la part des salaires supérieurs à 10000 € brut/mois, alors l'Etat récupère 12 milliards d'euros soit 800000* SMIC. Pour (soyons fous) 5000 €/mois on trouve 40 milliards d'euros.

Expression mathématique : quelle est la somme d'argent $A(X)$ représentée par la partie des salaires supérieurs à un salaire X donné ? Dit-autrement, si on ramène à X tous les salaires supérieurs à X, quelle différentiel d'argent cela représente-t-il ?

Méthode : extrapoler vers le haut la courbe de répartition des salaires afin de pouvoir calculer son intégrale. Oh miracle ! les quelques points connus s'alignent en log-log : on peut approximer la courbe par une loi de puissance.

Notations. Soit $f(u)du$ le nb de salaires compris entre les salaires u et $u + du$ (sur une région donnée, ici en France). Alors :

$F(x) = \int_x^\infty f(u)du$ représente le nombre de salaires supérieurs à x ($f(x) = -F'(x)$),

$N = \int_0^\infty f(u)du$ est le nombre total de salaires (= de salariés) considérés,

$S(x) = \int_x^\infty uf(u)du$ est la somme d'argent que représentent les salaires $> x$,

$\frac{F(x)}{N} = \frac{1}{N}\int_x^\infty f(u)du$ est la proportion de salaires $> x$.

Intégrale cherchée. La quantité cherchée est :

$A(X) = S(X) - F(X)X = \int_X^\infty (u - X)f(u)du = \int_X^\infty F(u)du.$

La dernière égalité provient d'une intégration par parties :

$A(X) = -\int_X^\infty (u - X)F'(u)du = -[(u - X)F(u)]_X^\infty + \int_X^\infty F(u)du = \int_X^\infty F(u)du.$

Données et prolongement. La courbe $F(x)$ (ou f) m'est inconnue pour les grands x. Après avoir longtemps cherché (quelques années !) j'ai fini par trouver quelques valeurs de F/N dans deux articles intéressants de l'Observatoire des inégalités :

http://www.inegalites.fr/spip.php?article190

http://www.inegalites.fr/spip.php?article993

En reportant les points $(x, F(x)/N)$ donnés dans le premier article (figure 1) on voit qu'une approximation correcte de F pour les grands salaires est :

$F(x) = cN \left(\frac{a}{x}\right)^\alpha$ avec $c = 1/100$, $a = 10200$ €, $\alpha = 2,6$.

On trouve alors par intégration :

$A(X) = \frac{cN}{\alpha-1} \left(\frac{a}{X}\right)^\alpha X$.

Solution numérique

Prenons $X = a = 10200$. Prenons le smic $s = 1300$ €, comme référence. Remarquons que $X \simeq 8s$ alors :

$A(X) \simeq \frac{cN}{\alpha-1} 8s \simeq \frac{Ns}{20}$,

ce qui signifie que cet argent représente, en nombre de SMIC, l'équivalent de 1/20e des salariés existants .

D'après le 2e article $N = 16.10^6$. On trouve alors $A(X) \simeq 800000$ smics ! Financés par l'excédent de salaires de $F(X) \simeq 1\% N = 160000$ personnes.

Au total cela fait un budget *annuel* de $12A(X) = 12$ milliards d'euros.

Comment varie la fonction $A(X)$? Numériquement :

$12A(X) = \frac{12cN}{\alpha-1} \left(\frac{a}{X}\right)^\alpha X = 12.10^9 \left(\frac{a}{X}\right)^{\alpha-1}$ -> figure 2.

Cette courbe ne représente pas bien la réalité pour les bas salaires car l'approximation en loi de puissance n'est valable que pour des salaires supérieurs à 3-4000 euros. La loi de puissance est un majorant. Pour $X = 1300$ (le smic) on trouve une masse salariale totale d'environ 300 milliards d'euros.

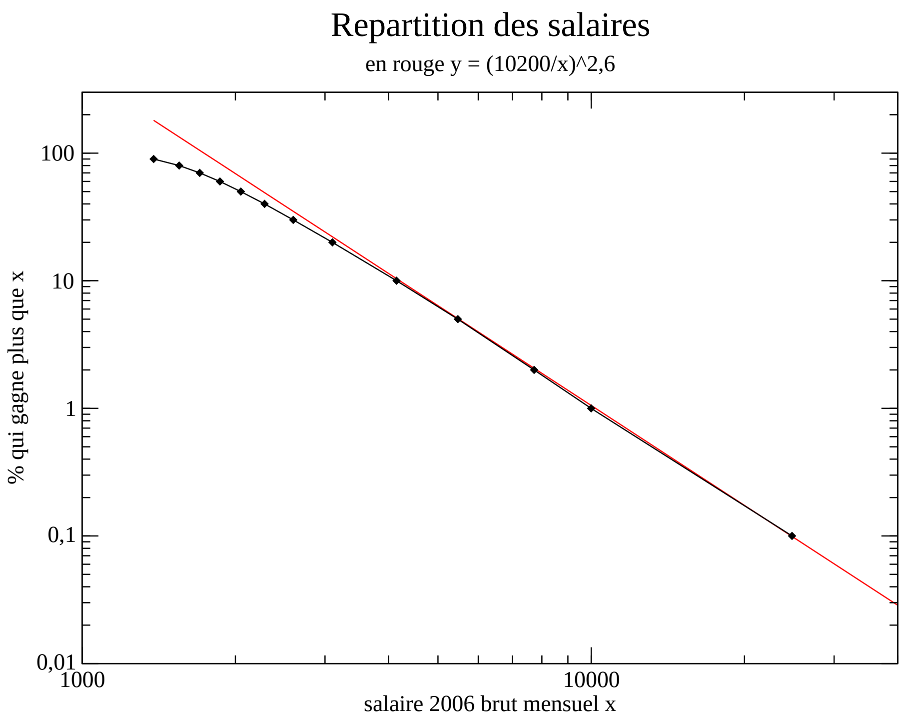
On voit sur la courbe que si on fixe le seuil à $X = 5000$ euros on récupère 40 milliards d'euros par an, alors que si on fixe le seuil très haut on récupère peu, par exemple 300 millions d'euros pour un seuil à 100 000.

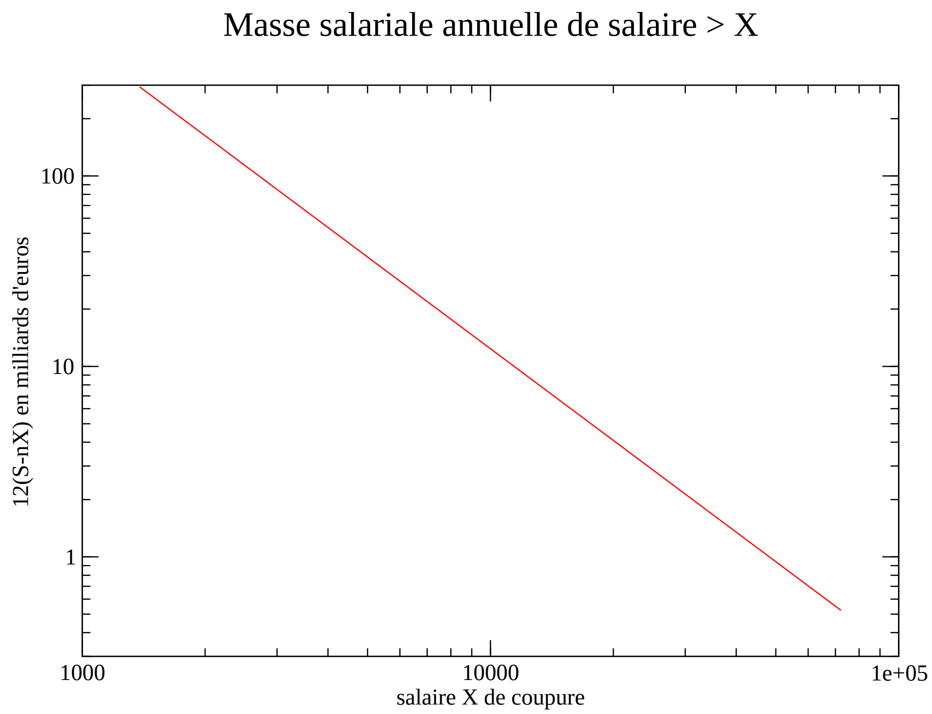
Notes

1) Les salaires sont ici les salaires mensuels bruts des salariés à plein temps.

2) On a considéré les salaires et non les revenus. Or les revenus des hauts salaires ne proviennent que pour moitié de leur salaire [source]. On peut donc doubler la masse totale calculée ici si on considère les revenus.

3) Les deux figures suivantes représentent $F(X)/N$ et $12A(X)$. Points noirs : données. Ligne rouge : modèle. [Commenter la 1ere, notamment sa décroissance rapide, 20% gagnent + de 3000, 10% + de 4000, 6% + de 5000, 1% + de 10000, 0,1% + de 25000].


Repartition des salaires
en rouge y = (10200/x)^2,6
100
10
1
0,1
0,01
1000
10000
% qui gagne plus que x
salaire 2006 brut mensuel x


Masse salariale annuelle de salaire > X
100
10
1
1000
10000
1e+05
12(S-nX) en milliards d'euros
salaire X de coupure