

UE de Physique de la Terre 1, cours « Sismologie »,
Partiel de décembre 2007

Master de sciences de la Terre, M1, ENS Lyon.

Documents autorisés : aucun. Durée : 2 h.

— o —

1. [2 points] Expliquer comment, à partir de sismogrammes, on construit la sphère focale d'un séisme. On prendra l'exemple d'une faille normale de pendage environ 70° (< 15 lignes).

2. [2] Soit l'équation différentielle : $\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 x = Ae^{i\omega t}$. Que peut-elle représenter physiquement ? Que représente chacun des termes ? (< 10 lignes). Soit une solution $x(t) = \alpha e^{-\lambda t} e^{i\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} t} + \beta e^{i\omega t}$. Décrire chacun des deux termes (< 10 lignes).

3. [2] On donne la définition $K_S = -V \frac{\partial P}{\partial V} \Big|_S$. Expliquer cette relation (< 5 lignes). Montrer l'équation des ondes de compression d'un liquide dans un tuyau (une dimension) (< 15 lignes).

4. [2] Soit un déplacement de la forme $\vec{u}(\vec{x}, t) = U \vec{k} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)}$. En quoi est-ce une onde ? Quelle est sa vitesse ? Quelle est sa direction de propagation ? Quelle est sa polarisation ? (< 10 lignes)

On rappelle l'équation de Navier : $\rho \partial_t^2 \vec{u} = (\lambda + \mu) \text{grad div} \vec{u} + \mu \Delta \vec{u}$; en déduire la vitesse de l'onde en fonction de λ , μ et ρ (< 10 lignes).

5. [4] Expliquer la théorie des rais en quelques lignes : objectif, hypothèses, résultats, exemple d'application dans la Terre (< 25 lignes).

6. [7] Quelles sont les caractéristiques principales des ondes de surfaces (< 10 lignes) ? On va maintenant établir l'existence d'onde de Love dans une couche homogène d'épaisseur H surmontant un milieu infini homogène (cf. figure). Les milieux ont respectivement pour densités ρ_1 et ρ_2 , et pour modules de cisaillement μ_1 et μ_2 . On pose $\beta_i = \sqrt{\mu_i / \rho_i}$ et on suppose $\beta_2 > \beta_1$.

Pourquoi peut-on écrire que le déplacement satisfait :

$$\rho_1 \partial_t^2 u = \mu_1 (\partial_x^2 u + \partial_z^2 u) \quad \text{pour } 0 < z < H, \quad (1)$$

$$\rho_2 \partial_t^2 u = \mu_2 (\partial_x^2 u + \partial_z^2 u) \quad \text{pour } z > H \quad (2)$$

où u est la composante du déplacement sur l'axe y (< 5 lignes) ? Soient des solutions de la forme :

$$u = (U_1^+ e^{i\nu_1 z} + U_1^- e^{-i\nu_1 z}) e^{i(kx - \omega t)} \quad \text{pour } 0 < z < H, \quad (3)$$

$$u = (U_2^+ e^{\nu_2 z} + U_2^- e^{-\nu_2 z}) e^{i(kx - \omega t)} \quad \text{pour } z > H \quad (4)$$

avec $\nu_1 = \omega \sqrt{1/\beta_1^2 - 1/c^2}$, $\nu_2 = \omega \sqrt{1/c^2 - 1/\beta_2^2}$, $c = \omega/k$ où $c \in [\beta_1, \beta_2]$. Pourquoi peut-on dire que $U_2^+ = 0$? En appliquant les conditions aux limites en surface montrer que $U_1^+ = U_1^-$. (< 10 lignes). Quelles sont les conditions aux limites à l'interface (les écrire en fonction de u)? Montrer qu'elles sont vérifiées si et seulement si (< 15 lignes)

$$\tan(\nu_1 H) = \frac{\mu_2 \nu_2}{\mu_1 \nu_1}. \quad (5)$$

Cela s'écrit aussi :

$$\tan \left\{ \omega H \left(\frac{1}{\beta_1^2} - \frac{1}{c^2} \right)^{1/2} \right\} = \frac{\mu_2 \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{\beta_2^2} \right)^{1/2}}{\mu_1 \left(\frac{1}{\beta_1^2} - \frac{1}{c^2} \right)^{1/2}} \quad (6)$$

Tracer qualitativement les deux fonctions correspondant aux membres de gauche et de droite de cette équation en fonction de c (note : cette relation montre que $c \in [\beta_1, \beta_2]$). Conclusion (on pourra discuter en fonction de ωH) (< 10 lignes).

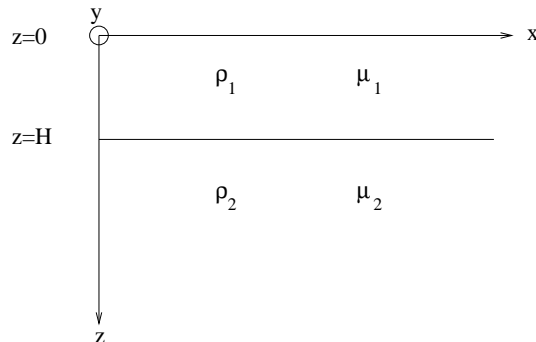


FIG. 1 – Couche homogène sur un espace infini homogène.

7. [4] Définir rapidement ce que sont les modes propres de la Terre (< 5 lignes). Quelle est la forme générale et les propriétés essentielles des modes sphéroïdaux et toroïdaux? (< 5 lignes) Comment peut-on déterminer des fréquences propres terrestres par l'observation? (< 5 lignes) Comment détermine-t-on la densité dans la Terre (supposée à symétrie sphérique)? (< 15 lignes).