

# Traitement du signal

## Examen du mardi 11 avril 2000

Magistère des sciences de la Terre, 2ème année, ENS-Lyon.

Examen avec documents de cours. 2 pages. Durée conseillée : 1h.

— o —

### Distributions

Un véhicule se déplace à vitesse horizontale  $v$  constante sur une piste (cf. figure). La masse  $m$  a alors un déplacement vertical  $R$  lié au déplacement  $S$  de la roue sur le support. L'équation différentielle régissant ce mouvement s'écrit :

$$R'' + \omega^2 R = \omega^2 S \quad (1)$$

où  $\omega^2 = k/m$  et  $k$  la raideur du ressort. On note  $\delta$  ou  $\delta(t)$  la distribution de Dirac,  $H$  celle de Heaviside,  $S'$  la dérivée d'une distribution  $S$  (par rapport au temps  $t$  d'où la notation  $S(t)$ ). Soit  $T(t) = \omega H(t) \sin(\omega t)$  la distribution telle que  $T * (\delta'' + \omega^2 \delta) = \omega^2 \delta$ .

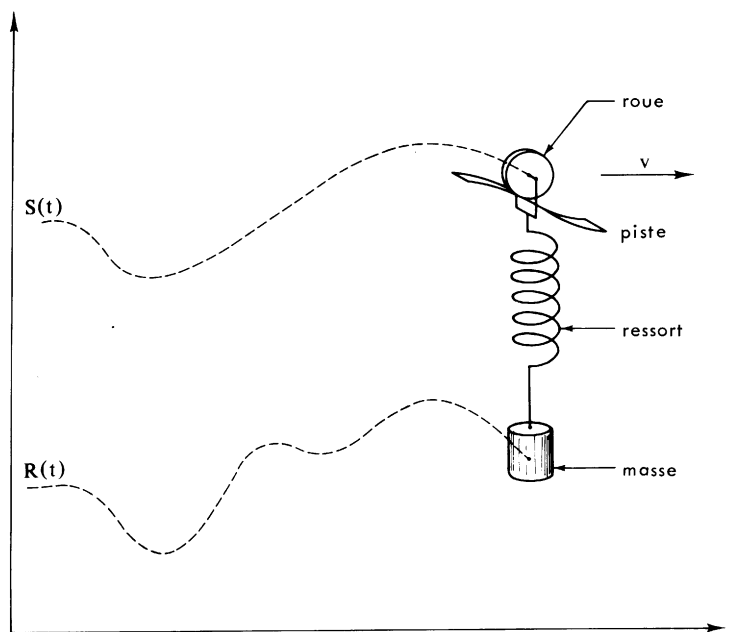


FIG. 1: Schéma du véhicule et du support.

**1.** Pourquoi peut-on écrire l'équation différentielle sous la forme  $(\delta'' + \omega^2 \delta) * R = \omega^2 S$  et pourquoi la solution est-elle  $R = T * S$  ?

**2.** Si la piste possède une hauteur variable  $y(x)$ , l'excitation  $S$  s'écrit  $S(t) = y(vt)$ .

On envisage les trois cas suivants :

$$y(x) = a\delta(x) \quad (\text{obstacle ponctuel}),$$

$$y(x) = aH(x) \quad (\text{marche d'escalier}),$$

$$y(x) = axH(x) \quad (\text{changement de pente}).$$

Montrer que l'excitation  $S$  peut alors s'écrire respectivement :

$$\frac{a}{v}\delta(t), \quad aH(t) \quad \text{et} \quad avtH(t) \quad (2)$$

**3.** Calculer les réponses  $R$  correspondant aux trois cas cités.

**4.** Vérifier que dans chaque cas l'élongation du ressort varie sinusoidalement avec une amplitude constante et une pulsation  $\omega$ . Comment l'amplitude dépend-elle de la vitesse  $v$  du véhicule?

### Transformée de Fourier

Soit  $f(t) = \cos(2\pi\nu_0t) + \cos(2\pi\nu_1t) + \cos(2\pi\nu_2t)$ ,  $p(t)$  la porte telle que  $p = 1$  sur  $[-T/2, T/2]$  et 0 ailleurs, et  $shah(t/T_e)$  la distribution shah dilatée de  $1/T_e$ .

**5.** Quelle est la TF de  $f$ ? Comment la détermine-t-on?

**6.** Même question pour  $fp$ .

**7.** Même question pour  $fshah(t/T_e)$ .

**8.** Même question pour  $fpshah(t/T_e)$ .

**9.** Qu'en déduit-on sur  $T, T_e$  relativement à  $\nu_i$ ? Autrement dit, de quelles limitations doit-on avoir conscience lorsqu'on traite un signal?

— Fin —