Introduction aux sciences de la Terre
Examen du jeudi 29 avril 1999

Magistère des sciences de la matière, Deuxième année, ENS Lyon.

Examen avec documents. Durée : 3h.

Le sujet est composé de deux parties indépendantes : la première sur les marées et le géoïde (2 pages, environ 1h), la deuxième sur la convection (3 pages y compris la figure, environ 2h).

— o —

Marées

On rappelle que l'accélération de marée liée à la Lune en un point M s'écrit :

$$\vec{A}_m = G\mathcal{M}_{\mathcal{L}} \left(\frac{\vec{ML}}{ML^3} - \frac{\vec{TL}}{TL^3} \right) \tag{1}$$

où G désigne la constante de gravitation, $\mathcal{M}_{\mathcal{L}}$ la masse de la Lune, L et T les centres de la Lune et de la Terre dans l'approximation où les planètes sont supposées sphériques (cf. figure 1). On veut calculer cette accélération en fonction des coordonnées x, y, z du point M dans le repère cartésien centré en T tel que Tx est à chaque instant dans la direction TL. On notera $d = TL$, g la gravité moyenne à la surface de la Terre, R le rayon moyen de la Terre, $\mathcal{M}_{\mathcal{T}}$ la masse de la Terre, $\mathcal{M}_{\mathcal{S}}$ celle du Soleil, d_S la distance Terre-Soleil. On rappelle qu'on a environ :

$R = 6371$ km, $\quad d = 384000$ km, $\quad d_S = 23500R$,

$\mathcal{M}_{\mathcal{T}} = 81\mathcal{M}_{\mathcal{L}}$, $\quad \mathcal{M}_{\mathcal{S}} = 333000\mathcal{M}_{\mathcal{T}}$.

1. En supposant que $d \gg TM$, montrer que cette accélération est de l'ordre de :

$$\vec{A}_m = \frac{G\mathcal{M}_{\mathcal{L}}}{d^3} \begin{pmatrix} 2x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}. \tag{2}$$

Représenter ce vecteur à la surface de la Terre sur une figure telle que la figure 1. En quelques mots, qu'en déduisez-vous ? Quelle est l'ordre de grandeur des termes négligés ?

2. Montrer que $\vec{A}_m$ dérive du potentiel :

$$V = -\frac{G\mathcal{M}_{\mathcal{L}}}{2d^3} \left(2x^2 - y^2 - z^2\right). \tag{3}$$

Pourquoi peut-on dire que le déplacement de l'équipotentielle de pesanteur en surface est de l'ordre de :

$$h = -\frac{V}{g}. \tag{4}$$

3. En déduire que dans les coordonnées sphériques r, α, β suivantes :

$$\begin{cases} x = r\cos\alpha \\ y = r\sin\alpha\,\cos\beta \\ z = r\sin\alpha\,\sin\beta, \end{cases} \tag{5}$$

ce déplacement prend la forme :

$$h = \frac{3\cos^2\alpha - 1}{2}\Gamma_L R. \tag{6}$$

où :

$$\Gamma_L = \frac{\mathcal{M}_\mathcal{L}}{\mathcal{M}_\mathcal{T}}\left(\frac{R}{d}\right)^3 \tag{7}$$

Cette forme vous rappelle-t-elle quelque chose ?

4. Déterminer numériquement Γ_L. Que vaut Γ_S, l'équivalent de Γ_L pour la marée solaire. En déduire l'importance relative du Soleil et de la Lune pour l'amplitude de la marée. Que vaut le déplacement maximum h_{max} ? On observe en fait $h_{obs} \simeq 0,7 h_{max}$ même en tenant compte du Soleil. Selon vous à quoi cela est-il dû ?

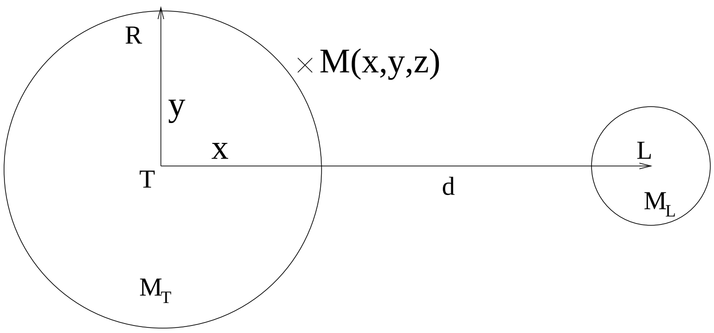

FIG. 1: *Terre et Lune en coupe dans le plan de l'orbite lunaire ($z = 0$).*

Géoïde

Le dictionnaire « Le Petit Robert » donne la définition suivante du géoïde :

Géoïde : *Géophysique.* Solide approximativement ellipsoïdal qui représente la Terre au niveau moyen des mers. *La pesanteur est constante à la surface du géoïde.*

5. Cette définition vous parait-elle rigoureuse/juste ? Pourquoi ?

— o —

Texte disponible à `http://www.ens-lyon.fr/~fchambat/html/ens.html`