Géophysique - M1 de physique, ENS de Lyon

Examen, mars 2015, 2 h 30 - document autorisé : aucun

— o —

Les 3 problèmes sont indépendants. Les nombres de points indiqués sont à considérer comme des coefficients : la note totale sera ramenée à 20.

I. Sismologie (9 points)

A l'aide de quelques observations de temps d'arrivées d'ondes P, nous allons nous faire une première idée du rayon du noyau terrestre. On note $T(\theta)$ le temps de parcours T d'une onde en fonction de la distance épicentrale θ. On prendra $R = 6371$ km pour le rayon terrestre.

1. On commence par considérer une Terre homogène, c'est-à-dire dans laquelle la vitesse α des ondes P est constante. Quelle est la forme des rais dans une telle Terre ? Donner l'expression des hodocrones $T(\theta)$ des ondes directes P. (1,5 point)

2. Avec les hodochrones (figure 1), estimer les valeurs numériques des temps de parcours T des ondes P à plusieurs distances : $T_P(60°)$, $T_P(90°)$, $T_{PKIKP}(150°)$, $T_{PKIKP}(180°)$. (1,5 pt)

3. A quelles valeurs de α correspondent-elles ? Avez-vous une interprétation de ces résultats ? (1,5 pt)

4. On considère maintenant l'existence d'un noyau de rayon c et de vitesse constante α_c des ondes P. Donner l'expression de l'hodocrone $T_{PcP}(\theta)$ de l'onde P réfléchie en onde P à la surface du noyau. (1,5 pt)

5. En vous aidant de la réponse à la deuxième question donner une estimation qui vous semble acceptable de la vitesse moyenne des ondes P dans le manteau. (1 pt)

6. Estimer la valeur numérique de $T_{PcP}(0°)$. En déduire une estimation de la profondeur de la discontinuité noyau-manteau. Est-ce une bonne estimation ? En déduire la valeur de la vitesse moyenne des ondes P dans le noyau. (2 pts)

II. Refroidissement et âge de la Terre (13 points)

Kelvin (1862) a proposé un modèle d'évolution thermique de la Terre basé sur la théorie diffusive de Fourier. En partant d'une température initiale uniforme et élevée, il suppose qu'à $t = 0$ la température de surface est mise à zéro. Il calcule le temps nécessaire pour que le gradient à la surface atteigne la valeur observée et obtient 100 Ma. Dans ce sujet, on développe un modèle qui prend en compte la convection dans l'évolution thermique de la Terre.

1. On suppose que la Terre est une *boule homogène* de rayon R et dont la température moyenne est T, la surface étant à $T = 0$. Écrire une équation de bilan d'énergie la plus simple possible, en ignorant, tel Kelvin, la radioactivité. Définir chaque quantité introduite et en donner l'unité. Préciser également le choix des conventions de signe éventuelles. (1 point)

2. En supposant que le transfert de chaleur est dominé par la convection dans la planète, quel est le nombre sans dimension principal qui contrôle sa dynamique. Donner son expression et expliquer pourquoi on peut supposer que le flux de chaleur varie avec la température dans la planète comme

$$Q = A4\pi R^2 k \left(\frac{\alpha g}{\kappa \nu}\right)^{1/3} T^{4/3}. \tag{1}$$

   Définir et donner les unités des différents paramètres entrant dans cette expression. Exprimer ce flux en fonction de sa valeur initiale Q_0, la température initiale T_0 et la viscosité initiale ν_0. (3 pts)

3. Quelle est l'échelle de temps caractéristique τ de l'évolution thermique de la Terre dans ce modèle ? Dans cette question et la suivante on commence par supposer la viscosité constante ; déterminer l'évolution de la température avec le temps depuis le temps initial $t = 0$. (2 pts)

4. Connaissant le flux de chaleur et la température actuels Q_a et T_a et la température initiale T_0, quel est l'âge de la Terre selon ce modèle. A.N. : $M = 6\ 10^{24}$ kg, $C = 1000$ J kg^{-1} K^{-1}, $T_0 = 3870$ °C (valeur utilisée par Kelvin pour calculer l'âge de la Terre), $Q_a = 46$ TW et $T_a = 1300$ °C. (3 pts)

5. Considérons à présent le cas où la viscosité dépend fortement de la température

$$\nu = \nu_0 \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\gamma} \tag{2}$$

   Déterminer l'âge de la Terre en fonction de γ, de la viscosité actuelle $\nu_a = \nu(T_a)$ et des autres paramètres déjà introduits. A.N. : $\gamma = 30$. (3 points)

6. Quel bilan tirez-vous de ces modèles d'évolution thermique de la Terre, tant du point de vue de l'histoire des sciences que de celui de la dynamique du manteau ? (1 pt)

III. Ralentissement de la rotation terrestre (8 points)

1. On mesure que la durée du jour augmente de 2 milli-secondes par siècle : comment réalise-t-on cette mesure ? (1 pt)

2. L'énergie cinétique de rotation de la Terre s'écrit $E = \frac{1}{2} I\Omega^2$ avec I le moment d'inertie de la Terre et Ω sa vitesse angulaire de rotation. Quelle est la puissance perdue sur la rotation ? A votre avis, physiquement où et comment est perdue cette énergie ? A.N. : $I = 8.10^{37}$ m^2 kg ; donner la puissance perdue en TW. Est-ce « beaucoup » ? (2,5 pts)

3. Le moment cinétique de la Terre en rotation axiale s'écrit $\sigma = I\Omega$. Celui de la Lune en révolution s'écrit $\sigma' = M_L \omega d^2$ avec M_L la masse de la Lune, ω sa vitesse de révolution et d la distance Terre-Lune. Ecrire la loi de Kepler correspondant à l'équilibre gravitationnel Terre-Lune.En déduire que la Lune s'éloigne et exprimer son taux d'éloignement $\dot{d}$ en fonction des données du problème. A.N. : $M_L = 7,4.10^{22}$ kg, $d = 384000$ km ; donner $\dot{d}$ en cm/an. (3,5 pts)

4. Comment mesure-t-on directement $\dot{d}$? (1 pt)

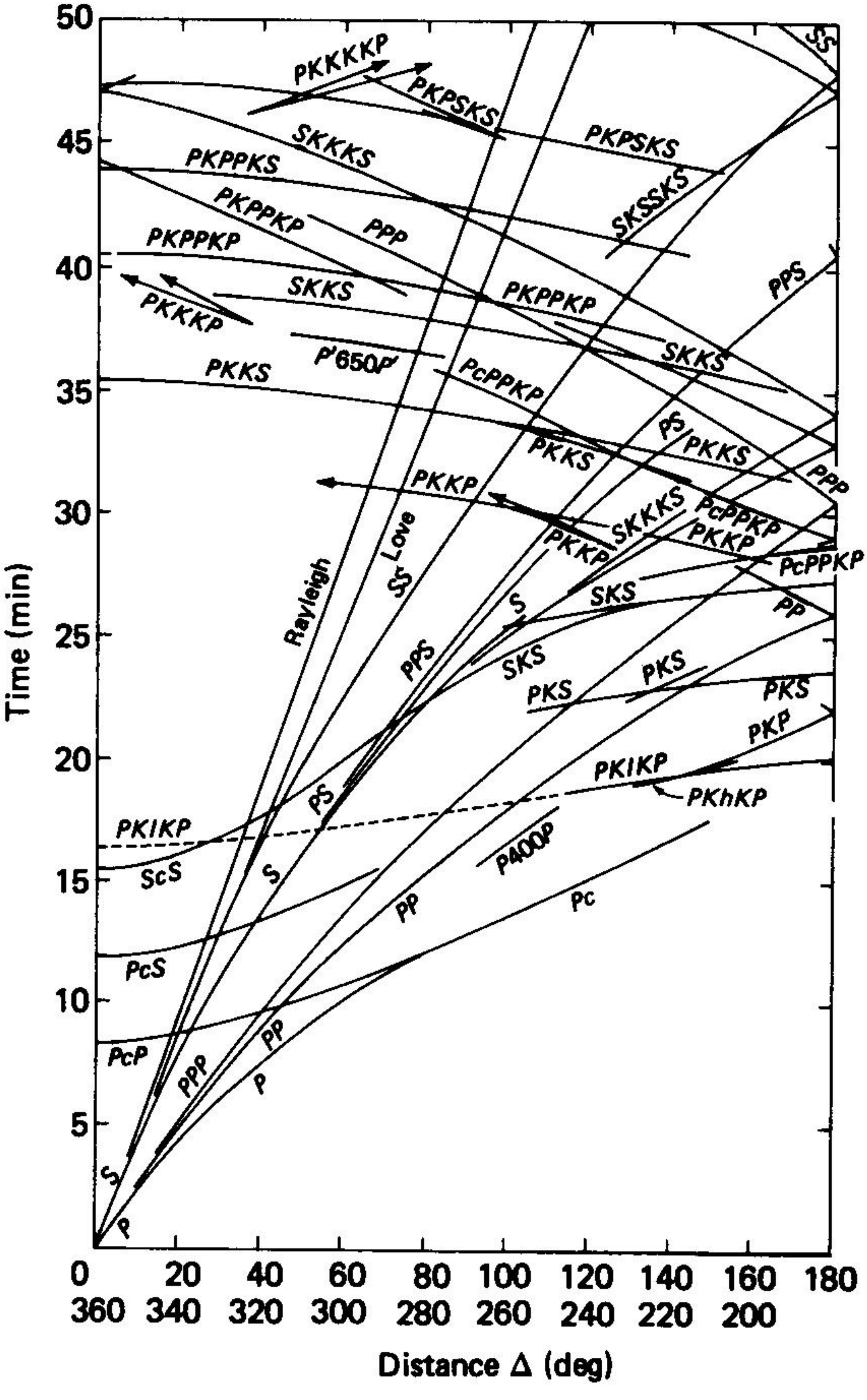

Figure 1 – *Hodochrones $T(\theta)$ dans la Terre.*