Géophysique

Contrôle Terminal

M1 Sciences de la Matière, ENS Lyon.

Documents autorisés : aucun. Durée : 2h

1 Sismologie

On considère un demi espace ($z \geq 0$ est la profondeur) dans lequel la vitesse des ondes élastiques est $v(z)$. Un séisme a lieu à la surface (en A où $x = -L/2$, $z = 0$) et est enregistré à une station à la distance L (en B où $x = L/2$, $z = 0$).

On suppose que $v(z) = v_0 + az$ où a est une constante.

1. Si $a \leq 0$, qu'indique le théorème de Fermat quant au trajet de propagation d'une onde ?

2. Si $a > 0$, que suggère le théorème de Fermat quant au trajet de propagation d'une onde ?

   On note $i(z)$ l'angle du rai sismique avec la verticale. On rappelle que la loi de Descartes indique que $\sin(i(z))/v(z) = p$ où p est une constante.

3. Si une onde est émise avec un angle d'incidence à la source i_0, jusqu'à quelle profondeur z_0 pénétrera son rai sismique ?

   Dans la suite, le trajet de l'onde est noté $z(x)$.

4. Reliez $i(z)$ et dz/dx, et dérivez l'équation différentielle vérifiée par $(dz/dx)^2$.

5. Vérifiez qu'un arc de cercle, $(x - x_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$, est solution de cette équation. Exprimer x_0, z_0 et R en fonction de v_0, a et p.

6. Dessiner schématiquement le trajet des ondes (vous êtes libres de choisir les valeurs de v_0/a), indiquer sur ce schéma les directions de polarisation d'une onde P, des l'ondes S transverse et longitudinale, ainsi que leurs vecteurs d'onde.

2 Volcanologie

1. Qu'appelle-t-on la différentiation magmatique ? Quelles en sont les conséquences physiques pour le liquide magmatique ?

2. Quelle est la séquence de processus à l'origine d'une éruption explosive ?

3. Quels sont les deux grands régimes d'éruption explosive ? Expliquer.

3 Aplatissement de la Terre (Newton modernisé)

1. Pourquoi les planètes sont-elles quasiment sphériques ? (4 phrases max)

2. Pourquoi les planètes sont-elles aplaties aux pôles ? (2 phrases max)

3. Comme Newton, on suppose que la Terre est homogène, qu'elle a approximativement la forme d'un ellipsoïde de révolution, et on va calculer son aplatissement ϵ.
On écrit le potentiel de pesanteur de la Terre au voisinage de sa surface sous la forme :
$$W(r,\theta) = \frac{GM}{r} + \frac{3GM}{5R}\,\epsilon \sin^2\theta + \frac{\omega^2 r^2}{2}\sin^2\theta \tag{1}$$
avec r, θ les coordonnées sphériques, R, M, ω le rayon moyen, la masse et la vitesse angulaire de rotation de la Terre. Que représente chacun des trois termes ? (on admet ici le préfacteur $3GM/5R$ du deuxième terme).

4. Nous cherchons la forme de la surface $W =$ constante. Pourquoi ?
On prend GM/r_p pour la constante, où r_p est le rayon polaire. En effectuant un calcul de premier ordre ($r \sim r_p \sim R$ dans les termes petits) montrer que cette surface est donnée par une relation de la forme :
$$r = r_p(1 + a\sin^2\theta), \tag{2}$$
où a est une constante fonction des paramètres donnés dans l'éq. 1.

5. Pourquoi peut-on par ailleurs mettre cette relation sous la forme $r = r_p(1 + \epsilon\sin^2\theta)$?

6. En déduire ϵ en fonction de ω, R et $g = GM/R^2$.

7. Effectuer le calcul numérique de cet aplatissement. Comparer à l'aplatissement observé $1/298,26$.

4 Flux de chaleur océanique

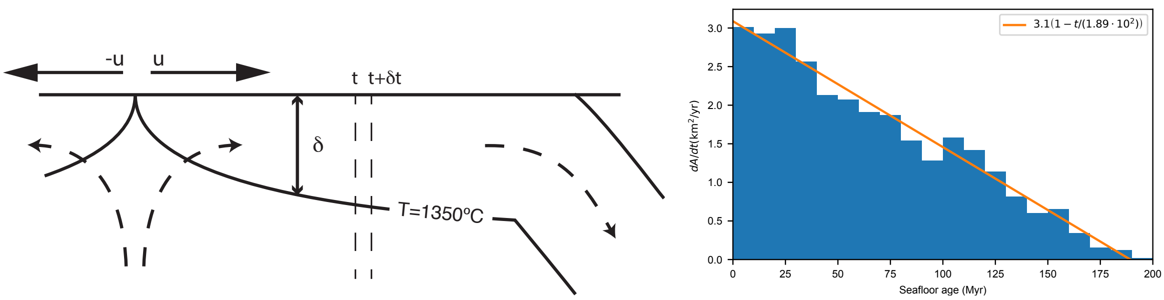

Figure 1 – Gauche : Modèle d'évolution thermique d'une plaque océanique depuis sa formation jusqu'à la zone de subduction. Droite : distribution de l'aire des fonds océanique en fonction de leur âge.

1. On considère une plaque océanique qui se déplace depuis sa formation (âge $t = 0$) jusqu'à sa subduction (fig. 1). La température du manteau profond étant T_M, sa diffusivité thermique κ et sa conductivité thermique k, justifier avec des arguments de dimension que le flux de chaleur varie avec l'âge de la plaque comme $q \sim kT_M/\sqrt{\kappa t}$. On admettra par la suite que l'expression exacte est $q = kT_M/\sqrt{\pi\kappa t}$.

2. On observe que la distribution des âges océaniques (fig. 1) suit une loi afine de l'âge :
$$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = C_0\left(1 - \frac{t}{t_{max}}\right) \tag{3}$$
$A(t)$ étant la surface occupée par des océans d'âge inférieur ou égal à t, $C_0 = 3.1\,\mathrm{km}^2\,\mathrm{yr}^{-1}$ le taux actuel de création de plaque océanique et $t_{max} = 189\,\mathrm{Myr}$ l'âge maximum océanique. Ecrire une relation entre C_0, t_{max} et $A_{oc} = A(t_{max})$.

3. En faisant un changement de variable judicieux exploitant l'expression de la question 1, écrire le flux de chaleur océanique total en fonction de A_{oc}, t_{max} et les paramètres du manteau introduit dans la première question.

4. Application numérique : calculer le flux de chaleur océanique total sachant que $A_{oc} = 300 \times 10^6\,\mathrm{km}^2$.

5 Géomagnétisme : Orage magnétique

Lors d'un orage magnétique, on peut modéliser une grande partie des effets magnétiques sur Terre par une circulation de particules chargées dans un anneau de courant, situé à 5 rayons terrestres dont l'axe est approximativement l'axe Nord-Sud magnétique. L'enregistrement du champ magnétique de l'orage du 5 au 7 novembre 2001 visible sur la figure a été fait sur Terre dans un observatoire magnétique.

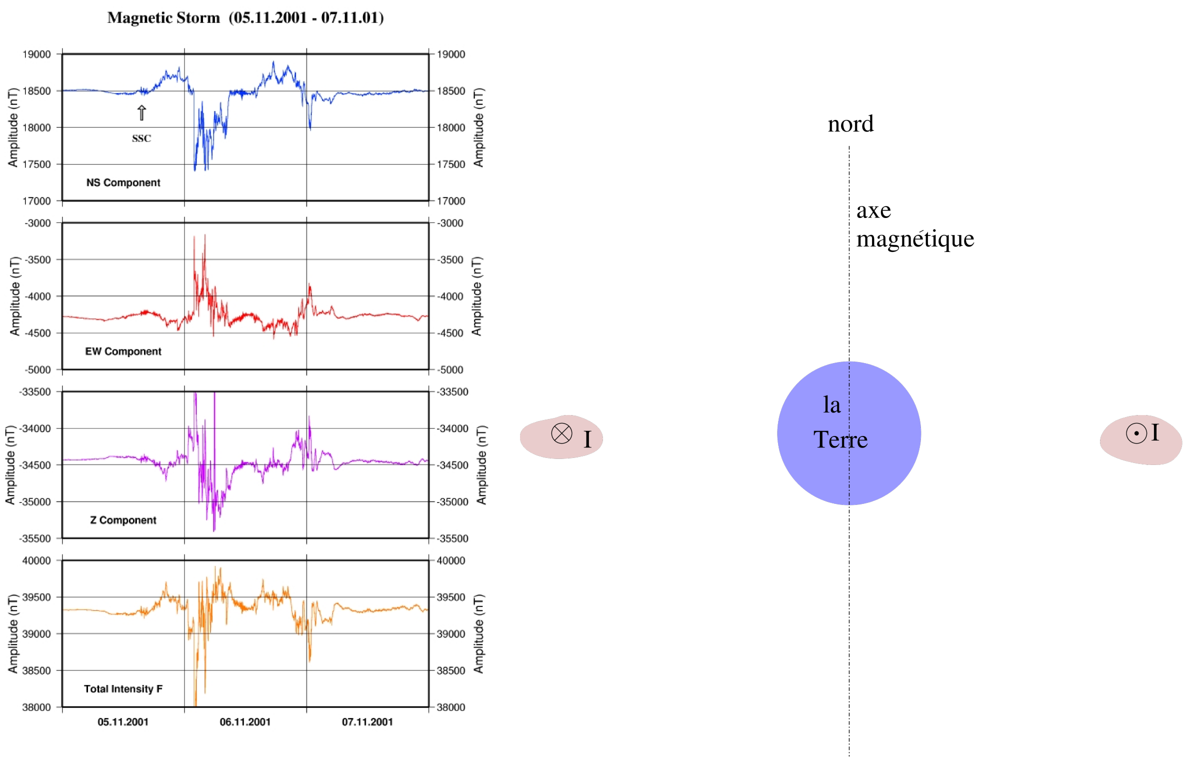

FIGURE 2 – Observation d'un orage magnétique (à gauche). La composante Z correspond à la verticale dirigée vers le bas. Schéma de l'anneau de courant (à droite).

1. Déterminez la latitude de l'observatoire, à l'aide de la moyenne du champ magnétique.

2. Est-ce que les variations de champ magnétiques pendant l'orage sont compatibles avec le modèle de l'anneau de courant ?

3. Est-ce que la formule du dipôle magnétique permet de déterminer le maximum du courant I dans l'anneau durant cet orage ?

4. Donner une détermination plus précise de ce maximum de courant en utilisant la formule de Biot et Savart.

Rappels :

Formule du dipôle

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3} \left(2\cos\theta \ \hat{\mathbf{e}}_r + \sin\theta \ \hat{\mathbf{e}}_\theta\right)$$

où $M = IS$ est le moment dipolaire, avec I le courant et S l'aire délimitée par l'anneau de courant.

Formule de Biot et Savart

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathcal{V}} \frac{\mathbf{j} \times \mathbf{e}_r}{r^2} \mathrm{d}V$$

où r et $\mathbf{e}_r$ sont la distance et le vecteur unitaire entre le point où $\mathbf{B}$ est déterminé et la densité de courant $\mathbf{j}$ locale.