

Module de Physique, cours « Ondes »,  
Examen du lundi 21 mai 2001

Magistère de sciences de la Terre, Première année, ENS Lyon.

Examen avec documents. Durée approximative : 1h30

— o —

**Onde unidimensionnelle**

Soit la fonction  $f(x, t) = 320e^{i(6,28t - 0,021x)}$  avec  $x$  une distance en mètres,  $t$  un temps en seconde.

**1.** Cette fonction est-elle solution de l'équation des ondes, pourquoi ? Comment appelle-t-on une telle solution ?

**2.** Que valent la vitesse de propagation, la fréquence, la longueur d'onde et le nombre d'onde ?

**3.** Quelle est son sens de propagation, pourquoi ?

**4.** Sachant que  $f$  décrit la vitesse des particules d'air, donner l'expression du déplacement et de l'accélération des particules.

**Ondes P et S**

**1.** Quelles hypothèses utilise-t-on pour démontrer l'équation de Navier :

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \text{grad div } \vec{u} + \mu \Delta \vec{u}$$

qui régit le déplacement  $\vec{u}$  ?

Soit une décomposition de  $\vec{u}$  sous la forme :

$$\vec{u} = \text{grad } \varphi + \text{Rot } \vec{\psi}$$

avec  $\varphi$  un champ scalaire et  $\vec{\psi}$  un champ vectoriel.

On rappelle que :

$$\text{Rot grad} = 0,$$

$$\text{div Rot} = 0,$$

$$\Delta = \text{div grad},$$

$$\vec{\Delta} = \text{grad div} - \text{Rot Rot}.$$

On donne la propriété :

$$\{\text{div } \vec{v} = 0 \quad \text{et} \quad \text{Rot } \vec{v} = 0\} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{v} = \text{constante}.$$

**2.** Montrer que l'équation de Navier se met sous la forme  $\vec{\text{grad}}\alpha + \text{Rot}\vec{\beta} = 0$ .

**3.** Montrer qu'alors  $\alpha = \text{cste}$  (indépendant de la position) et que  $\varphi$  vérifie :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = c_1^2 \Delta \varphi + f(t)$$

où  $f$  est une fonction scalaire du temps. Que vaut  $c_1$  en fonction de  $\lambda$ ,  $\mu$  et  $\rho$  ?

**4.** Pourquoi est-ce que  $\varphi$  peut être choisie à une fonction du temps près ? En déduire que l'on peut-on choisir la « constante »  $f$  identiquement nulle.

**5.** Soient  $a, b$  deux constantes strictement positives,  $x, y, z$  les coordonnées cartésiennes, à quelle condition  $\varphi = \cos(a(x + y + z) - bt)$  est-elle solution du problème ?

**6.** Quelle est alors, en fonction de  $a$  et  $b$ , la période, la longueur d'onde, la direction, le sens et la vitesse de propagation de cette onde ?

— Fin —