

# Mathématiques

## Examen de septembre 2002

Magistère de sciences de la Terre, remise à niveau, 1ère année, ENS-Lyon.

Examen avec documents. 1 page. Durée : 1h30. Les questions sont indépendantes.

Calculatrice interdite

— o —

**1.** Calculer les valeurs propres de la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

**2.** Soit une fonction  $f(x, y)$  vérifiant l'équation différentielle

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = 0. \quad (2)$$

On pose  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$ . Quelle est la signification de  $r$  et  $\theta$ ? Calculer  $\frac{\partial f}{\partial r}$  et  $\frac{\partial f}{\partial \theta}$  en fonction de  $\frac{\partial f}{\partial x}$  et  $\frac{\partial f}{\partial y}$ . En déduire les solutions de l'équation différentielle en fonction de  $r, \theta$  puis de  $x, y$ .

**3.** En faisant des développements limités trouver la limite quand  $x$  tend vers 0 de la fonction

$$f(x) = \frac{e^{x^2} - 1}{(\sqrt{1 + 3x} - 1) \ln(1 + x)}. \quad (3)$$

**4.** Calculer l'intégrale :

$$I = \int_0^{2\pi} x \cos(2x) \, dx \quad (4)$$

**5.** Déterminer le produit vectoriel des deux vecteurs  $\vec{u} = (a, b, c)$ ,  $\vec{v} = (1, 1, -1)$ . Quelles sont les conditions pour que ces vecteurs soient colinéaires ?

— Fin —