

Inversion et traitement du signal,
M1 de sciences de la Terre, ENS Lyon
30 h, 3 ECTS, Frédéric Chambat
Plan 2011

I. Introduction à l'inversion

1. L'exemple de la régression linéaire « sans incertitude ».
2. Introduction des incertitudes en régression linéaire. En y , en x , en x et en y .
3. Définitions et cadre général de l'inversion. Données, modèles, théorie. Problèmes direct et inverse. Problèmes sur-déterminés et sous-déterminés. Modèles discrets et continus. Quelques exemples en sciences de la Terre.
TP : programmation de la régression avec incertitudes en y puis en x .

II. Moindres carrés linéaires discrets avec incertitudes

1. Principe des moindres carrés linéaires sans *a priori*.
2. Equation du minimum et solution. Cas sur-déterminés et sous-déterminés. Résolution et erreur. Décomposition de Lanczôs ; image et noyau.
3. Exemple de la régression linéaires avec incertitudes en y (**TD**).
4. Exemple du signal gravimétrique de marée (**TD**).
TP : ajustement d'un signal gravimétrique temporel par les ondes de marées.
5. Critère d'ajustement.
6. Erreur sur le résultat.
7. Introduction d'un *a priori*.

III. Moindres carrés généralisés, inversion probabiliste

1. Moindres carrés non linéaires. Estimateur itératif.
2. Exemple de la localisation d'épicentre (**TD**).
3. Exemple de la droite de régression avec erreurs en x et y (**TD**).
TP : localisation d'épicentre.
TP : droite de régression avec erreurs en x et y .
4. Inversion bayésienne (probabiliste). Rappels de probabilité, loi *a posteriori*. Cas gaussien et non gaussien.
TP : d.d.p. de la droite de régression en norme L_2 et en norme L_1 (avec erreurs en y).

IV. Exemples d'autres méthodes d'inversion [suivant temps et motivation]

1. Grands systèmes. Problématique, exemples de solutions, méthodes d'essais-erreurs et itératives. Méthode de Monte Carlo. Exemple.
2. Introduction à l'inversion fonctionnelle. Exemple.

V. Décomposition en sinusoides (traitement du signal)

1. La transformée de Fourier (TF). Exemples, rappels, fonctions utiles, convolution.
2. Propriétés utiles (**TD**)
3. La TF numérique. Troncature, échantillonnage, la TF discrète, la FFT.
4. Apodisation et filtres [suivant le temps].
TP. TF d'une somme de 3 sinusoides, TF du signal de marées.

Attendus : les étudiants devraient savoir écrire et programmer la solution d'un problème inverse et connaître les caractéristiques d'un spectre en fréquence. Une large partie du temps sera consacrée au traitement numérique d'exemples par les étudiants :

- ~ 15 h cours/TD
- ~ 15 h TP Matlab ou Fortran

Autres TP possibles :

- application de Lanczös sur les ondes de marées : test avec de + en + d'ondes.