

## Modèle PREM et géotherme

Frédéric Chambat - Laetitia Lebec

### Modèle PREM, masse et inertie.

Les paramètres du modèle sont donnés dans le fichier `prem.dat` : un profil de densité  $\rho$  (colonne numéro 3 en python), de vitesses sismiques  $v_p$  et  $v_s$  (colonnes 4 et 6), en fonction du rayon  $r$  (colonne 1).

1. Lire le fichier `prem.dat`. Affecter les colonnes adéquates à quatre vecteurs `r`, `rho`, `vp`, `vs`.
2. Tracer  $\rho$ ,  $v_p$  et  $v_s$  en fonction de  $r$  sur un graphe commun.
3. Avec la méthode des trapèzes, calculer la masse, le moment d'inertie, et le coefficient d'inertie ( $R$  est le rayon de la surface de la Terre) :

$$M = 4\pi \int_0^R \rho(r)r^2 dr, \quad I = \frac{8\pi}{3} \int_0^R \rho(r)r^4 dr, \quad y = \frac{I}{MR^2}. \quad (1)$$

4. Afficher ces 3 valeurs en u.s.i. Pour un modèle homogène  $y = 2/5$  : conclusion.

### Température dans la lithosphère.

En surface de la Terre, la température est  $T_0 = 290 \text{ K}$ . A la profondeur  $z_1 = 1 \text{ km}$ , on mesure la température  $T_1 = 320 \text{ K}$ . On définit la frontière entre la lithosphère et le manteau non lithosphérique (qu'on appellera juste *manteau*) par la profondeur  $H = 100 \text{ km}$ . Dans la lithosphère, on suppose que le profil de la température  $T$  est conductif, et qu'il est donc de la forme :

$$T(z) = T_0 + (T_A - T_0) \times \operatorname{erf}(z/h) \quad (2)$$

où  $z$  est la profondeur,  $T_A = 1600 \text{ K}$ ,  $h$  un paramètre positif que l'on va déterminer, et  $\operatorname{erf}$  est une primitive de la gaussienne :

$$\operatorname{erf}(X) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^X e^{-x^2} dx. \quad (3)$$

En python, on peut la charger par l'instruction `from scipy.special import erf`.

1. Écrire la fonction python  $f(h) = T_1 - T_0 - (T_A - T_0) \times \operatorname{erf}(z_1/h)$ .
2. Par la méthode de dichotomie, calculer et afficher la valeur de  $h$  qui correspond aux données du problème.
3. Construire un tableau `z` de 100 profondeurs de 0 à  $H$ .
4. Calculer et tracer  $T(z)$  de  $z = 0$  à  $H$ .
5. Est-ce que cela correspond à ce que vous attendiez ?

## Température dans le manteau

Dans le manteau, la température  $T$  est convective et supposée adiabatique. Elle satisfait donc l'équation

$$\frac{dT}{dz} = \frac{\alpha g}{C_P} T, \quad (4)$$

où  $\alpha$  est l'expansivité thermique,  $g$  la gravité, et  $C_P$  sa capacité calorifique massique à pression constante. On suppose que  $g = 10 \text{ m/s}^2$  et  $C_P = 1000 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$  sont homogènes. On note  $H_N = 2900 \text{ km}$  la profondeur de la base du manteau.

1. Construire un tableau **Z** de 100 profondeurs de  $z = H$  à  $H_N$ .
2. Construire un tableau **alpha** de 100 valeurs de  $\alpha$  variant linéairement de  $3 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  à  $1 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  de  $z = H$  à  $H_N$ .
3. Intégrer numériquement l'équation (4) de  $z = H$  à  $H_N$  par la méthode d'Euler.
4. Tracer le géotherme complet (en utilisant donc les résultats du problème précédent), de la surface de la Terre à la base du manteau.
5. Est-ce que cela correspond à ce que vous attendiez ?