

Magnétisme et pesanteur - Examen 2024

M1 de sciences de la Terre, ENS Lyon.

Durée 1 h 30 min.

— o —

1 Isostasie du Tibet, hypothèse du plateau infini

1. A l'aide du théorème de Gauss, déterminer le champ de gravité à l'extérieur d'un plateau infini de densité ρ et d'épaisseur h .

2. En déduire l'attraction, en mGal, créée par le plateau tibétain. On donne la carte topographique en figure 1. On prendra $\rho_c = 2,7$ pour la densité de la croûte et $G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ pour la constante de gravitation. A votre avis, en quels endroits l'approximation du plateau infini n'est pas valable ?

3. On donne en figure 2 l'anomalie mesurée de gravité à l'air libre. Donner une valeur caractéristique de la différence de gravité mesurée entre le centre du plateau et loin du plateau.

4. Comparer les valeurs trouvées aux deux questions précédentes. Qu'en concluez-vous ?

5. S'il y a une racine crustale sous le Tibet d'épaisseur H , donner en fonction de H , l'anomalie de gravité qu'elle provoque. A l'aide des questions précédentes, en déduire une valeur numérique de H . Cela vous paraît-il réaliste ? On prendra $\rho_m = 3,2$ pour la densité du manteau.

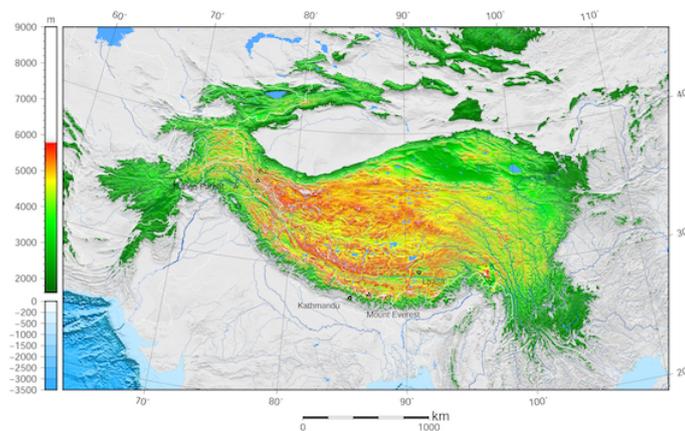


FIGURE 1 – *Topographie du Tibet* (https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/45/Tibet_and_surrounding_areas_topographic_map.png (2)).

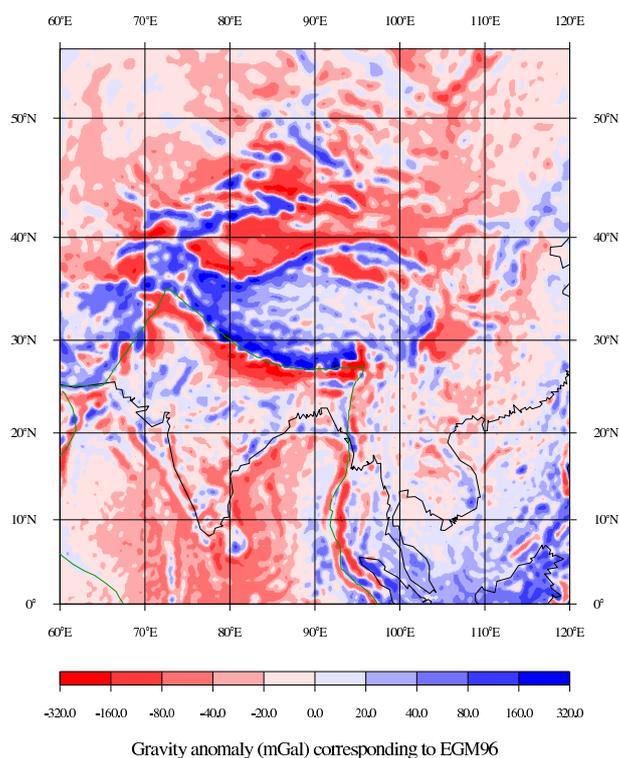


FIGURE 2 – Anomalies de pesanteur à l'air libre mesurées (mGal) dans la région tibétaine pour le modèle de gravité EGM96 (figure F. Chambat).

2 Déclinaison et inclinaison

A l'observatoire de Chambon-La-Forêt (CLF), les trois composantes du champ magnétique de la Terre sont actuellement $X = 21300$ nT, $Y = 450$ nT, $Z = 43100$ nT, où X est dans la direction du nord géographique, Y est dans la direction de l'Est et Z est dans la direction verticale, vers le bas. Déterminez la déclinaison D et l'inclinaison I .

3 Géomagnétisme : vitesses au sommet du noyau

Pages suivantes.

Géomagnétisme : vitesses estimées au sommet du noyau

La figure 5 suivante est extraite d'un article paru dans *Earth, Planets and Space*, intitulé "Non-monotonic growth and motion of the South Atlantic Anomaly", de Amit *et al.*, 2021. Elle montre les grandes échelles spatiales de la composante radiale du champ magnétique à la CMB, ainsi que ses variations temporelles, pour les années 1920, 1960 et 2000.

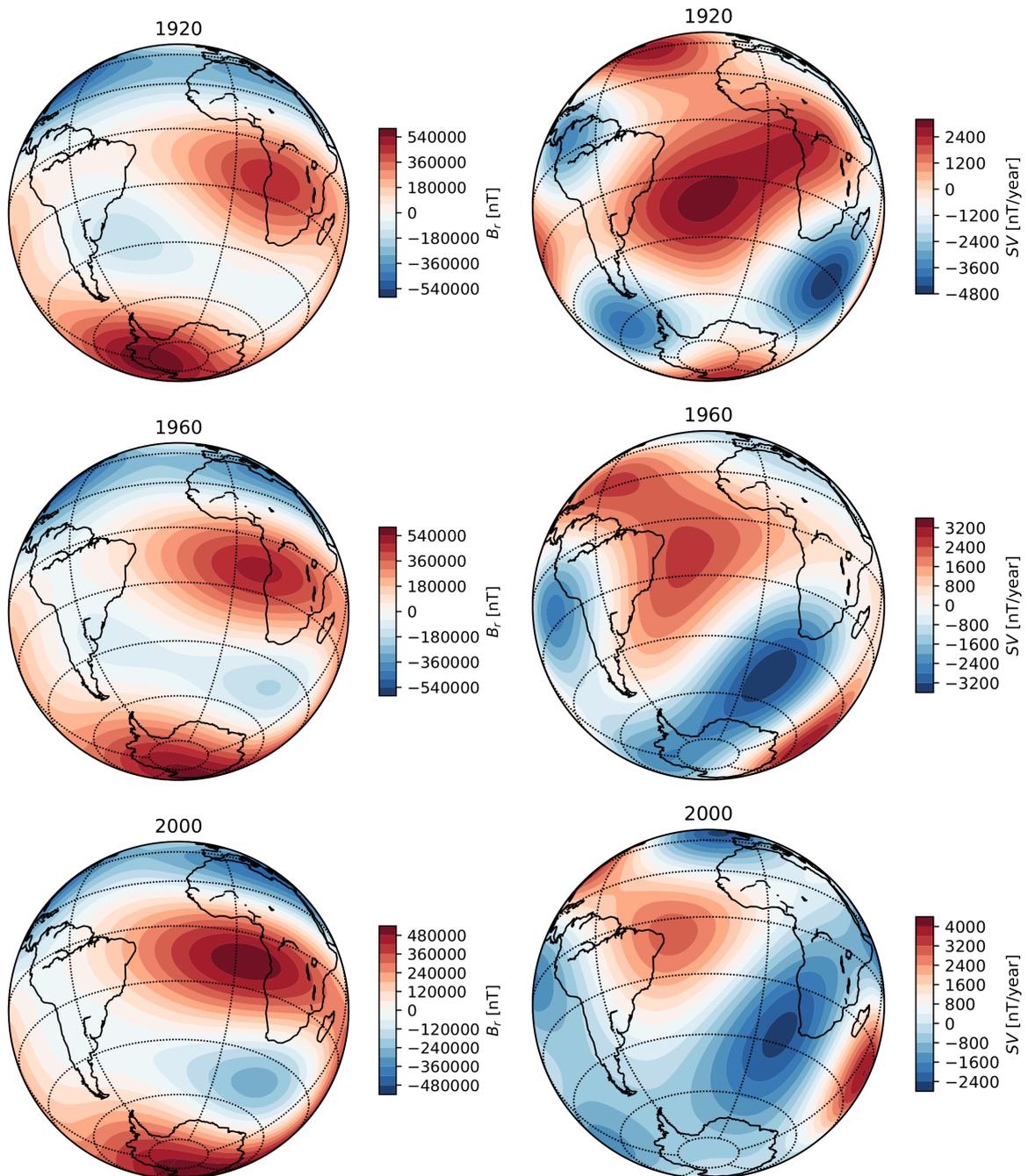


Fig. 5 Radial geomagnetic field (left) and its secular variation (right) at the core–mantle boundary for the mean model of COV-OBS.x1 in 1920 (top), 1960 (middle) and 2000 (bottom). All models are expanded until spherical harmonic degree and order 5. All maps are centered at 20°W 30°S, i.e. on the South Atlantic. Note the different scales

1) Tracez les lignes $B_r = 0$ sur la figure 5.

2) Indiquez quelles sont les hypothèses qui mènent à l'équation de l'induction suivante sur la CMB

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = \nabla_S \cdot (B_r \mathbf{u}),$$

où B_r est la composante radiale du champ magnétique, \mathbf{u} le champ de vitesse en surface du noyau (tangent à la CMB), et ∇_S désigne l'opérateur de divergence en deux dimensions sur la surface S de la CMB.

3) Pour chacune des trois années, choisissez un point où $B_r = 0$ et estimez la variation temporelle $\partial B_r / \partial t$ en ces points.

4) Ecrivez la forme de l'équation ci-dessus, en un point et à un temps où $B_r = 0$.

5) Expliquez comment en déduire une composante de \mathbf{u} . Laquelle ?

6) Déterminez la valeur de cette composante de vitesse pour les trois points choisis précédemment.

7) (Bonus) Multipliez l'équation de l'induction sur la CMB ci-dessus par B_r et déduisez-en une équation sur B_r^2 . Quelle est la condition pour créer ou dissiper cette énergie magnétique B_r^2 ?