

Module de physique du Globe, M1, cours « Gravimétrie »,
Examen de décembre 2006

Master de sciences de la Terre, M1, ENS Lyon.

Documents : cours autorisés. Durée : ~ 1 h.

Limite de Roche

Le but du problème est d'estimer la *limite de Roche*, distance à la planète en dessous de laquelle un satellite peu résistant aux contraintes se brise sous l'effet des forces d'attraction.

Un satellite sphérique de masse m de rayon r fait une révolution autour de sa planète à une distance d constante (mouvement circulaire), d étant la distance de centre à centre. La planète est sphérique de masse M de rayon R (cf. fig. 1). Soient F_O et F_P la somme des forces d'attraction et inertielles subies par les points O et P dans le référentiel lié au satellite et centré en O^1 . On prendra comme convention $F > 0$ si la force est dirigée vers la planète. La constante de gravitation est notée G .

1. Écrire F_O en fonction de la vitesse angulaire Ω de révolution du satellite, de G , M et d . En déduire que $\Omega = \sqrt{GM/d^3}$. On suppose que la vitesse de rotation du satellite (sur lui-même) est identique à Ω ; pourquoi prendre cette hypothèse ?

2. Faire le bilan des forces réelles et inertielles subies par le point P et en déduire F_P . On ne tient pas compte de la pression mais on ne néglige pas l'attraction du satellite.

3. Décrire l'effet physique de chacun des termes de F_P : ont-ils tendance à briser le satellite ou à le maintenir ?

4. En faisant un développement limité ($r \ll d$) et en utilisant la relation d'équilibre $F_O = 0$, simplifier l'expression de F_P en

$$F_P = \frac{Gm}{r^2} - 3\frac{GMr}{d^3}. \quad (1)$$

5. En déduire qu'il y a une distance limite d_l (appelée limite de Roche) en dessous de laquelle le satellite se brise. Donner l'expression de d_l en fonction des données du problème. L'exprimer en fonction des densités ρ_M et ρ_m de la planète et du satellite. En 1850, Roche a trouvé

$$d_l = 2,46 \left(\frac{\rho_M}{\rho_m} \right)^{\frac{1}{3}} R. \quad (2)$$

¹Ces « forces » sont en réalité des forces par unité de masse, c'est-à-dire des accélérations.

Quels phénomènes ou forces a-t-on négligés ?

6. Mimas, le satellite de Saturne de densité 1,44 est situé à une distance de 3,08 fois le rayon de cette planète. Les anneaux de glace de Saturne sont à une distance comprise entre 1,15 et 2,25 fois le rayon de la planète. La densité de Saturne est de 0,7. Est-ce que la théorie développée vous satisfait (la nôtre et/ou celle de Roche) ?

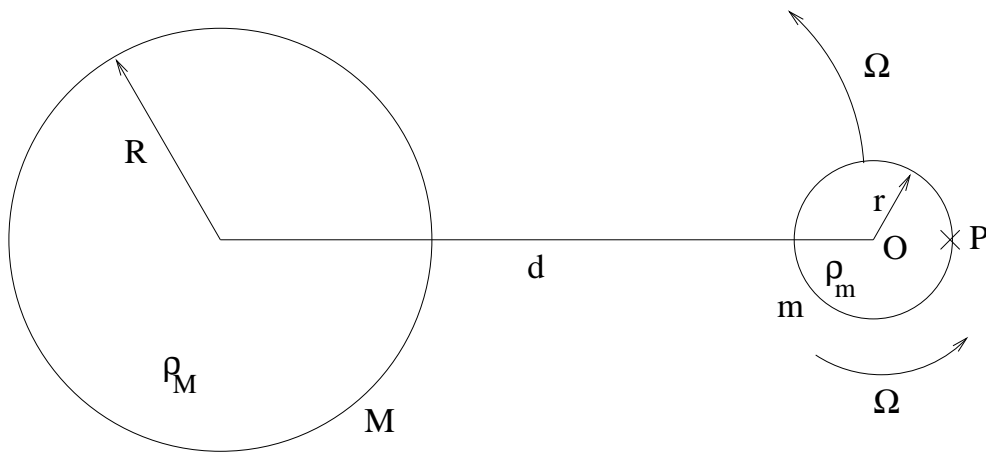


FIG. 1 – *Planète et satellite.*

— o —