

UE de Physique du Globe

Partiel de novembre 2006

Master de sciences de la Terre, M1, ENS Lyon.

Documents : cours autorisé. Durée : 2h.

— o —

I. Rotation des planètes

Données numériques ($I =$ inertie) :

Planète	Masse M (10^{24} kg)	Rayon R (km)	I/MR^2	Période rotation (h)
Terre	6,0	6400	0,33	23,9
Mars	0,64	3400	0,37	24,6
Jupiter	1900	70000	0,25	9,9
Saturne	570	58000	0,21	10,7
Uranus	87	25000	0,23	17,2
Neptune	102	25000	0,23	16,1

1. Calculer pour chacune des planètes leur moment cinétique, *par unité de masse*, de rotation. Représenter ces quantités en fonction des masses dans un diagramme log-log.

2. Dans ce diagramme la droite $y = 0.25 \times 10^{-10} M^{4/5}$ (en u.s.i.) semble fournir une loi empirique correcte. La représenter. Voyez-vous une raison pour qu'il existe une loi entre le moment cinétique et la masse? A votre avis pourquoi la Terre se situe-t-elle en dessous de cette loi?

3. Quelle serait la période de rotation (= *durée du jour*) de la Terre si elle suivait cette loi. A quoi pourrait correspondre cette période?

On cherche maintenant le moment cinétique du système Terre-Lune. Données : masse de la Lune $m = 7,3 \times 10^{22}$ kg, distance Terre-Lune $d = 384\,000$ km ; période de révolution $T_L = 27,3$ jour solaire.

4. Comment s'expriment les moments cinétiques de translation de la Terre et de la Lune autour de leur centre de masse commun (on pourra considérer les deux corps ponctuels)? Comment s'exprime la distance centre de masse commun-centre de la Terre en fonction des données du problème? Calculer numériquement ces valeurs. Calculer et placer sur le diagramme le moment cinétique *par unité de masse* du système Terre-Lune.

5. Si le moment cinétique du système Terre-Lune était entièrement attribué à la rotation diurne de la Terre à quelle période de rotation cela correspondrait-il ? A votre avis dans quels sens (croissant, décroissant, constant) ont évolué depuis l'origine de la Lune les moments cinétiques respectifs de la Terre, de la Lune et du système Terre-Lune ?

6. En déduire une histoire (hypothétique ?) de la durée du jour.

II. Thermiques et panaches dans le manteau

On considère un panache thermique dans le manteau constitué d'une tête supposée sphérique et d'un conduit supposé cylindrique (voir schéma). La tête a un rayon a supposé petit et une densité ρ dans un fluide au repos de densité uniforme ρ_0 . Dans les premières questions on considère la tête seule.

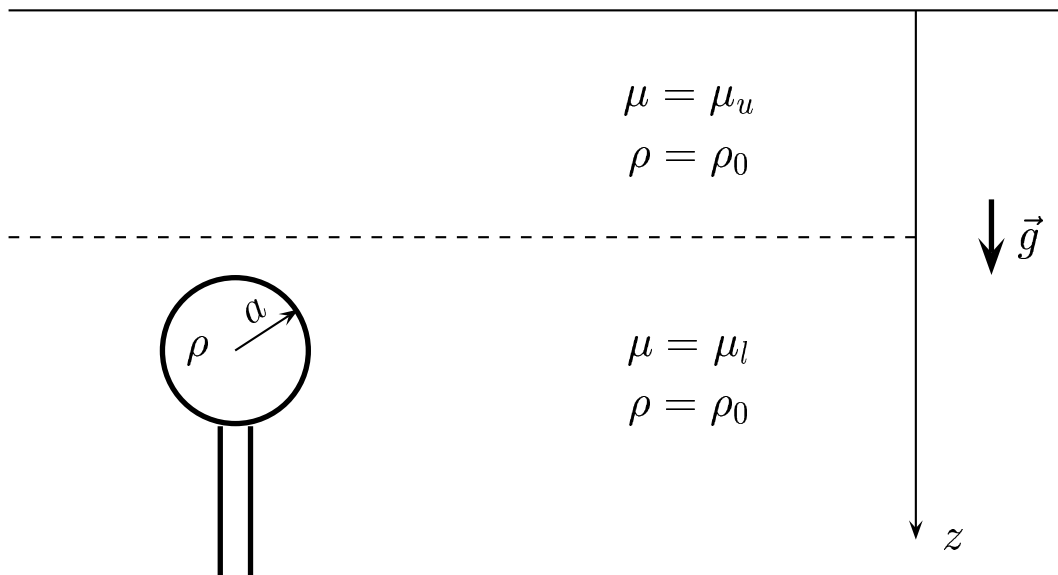


FIG. 1 – Schéma explicatif du système

1. Rappeler ce qu'est la pression hydrostatique et son expression en fonction de ρ , g et z .
2. Calculer la résultante des forces de pression s'exerçant sur la sphère. Démontrer que la somme de cette force et de la force de poids est la poussée d'Archimède.
3. En supposant que le mouvement de la sphère résulte de l'équilibre entre la force d'Archimède et la force visqueuse ($F_\mu = 4\pi\mu a^2 w/a$ avec w la vitesse de la sphère), déterminer la vitesse de la sphère.

4. Application au manteau terrestre : considérons le cas d'un thermique dont le déficit de densité est dû à une température plus élevée de ΔT que le manteau environnant. Exprimer ρ en fonction de ΔT , de ρ_0 et du coefficient de dilatation thermique α du manteau. A. N. : calculer w avec $\alpha = 3 \times 10^{-5} K^{-1}$, $\Delta T = 500 K$, $\rho = 4000 kg m^{-3}$, $a = 300 km$, $g = 10 m s^{-2}$, $\mu = 10^{22} Pa s$. Que pensez vous de cette valeur ?
5. On définit le nombre de Reynolds d'un écoulement comme $Re = \rho V L / \mu$, avec V et L des valeurs caractéristiques pour la vitesse et la longueur dans le problème. En comparant les termes du bilan de quantité de mouvement dans un fluide, donner la signification physique de ce nombre sans dimension. Quelle est sa valeur pour l'écoulement que l'on considère ici et justifier l'approximation faite en question 3.
6. On s'intéresse maintenant à l'écoulement dans le conduit. Sachant que celui-ci est contrôlé par l'équilibre entre la flotabilité et le frottement visqueux sur les bords du conduit $2\pi\mu_p R w_p / R$, avec μ_p la viscosité du fluide dans le panache, R le rayon du conduit et w_p la vitesse dans le conduit. Déterminer w_p en fonction des données du problème. Exprimer cette vitesse en fonction du flux volumique Q dans le conduit.
7. Sachant que la longueur du conduit est $L = 2000 km$ et que $R = 10 km$, vérifier que le volume du conduit est négligeable devant celui de la tête. En supposant que le débit volumique Q est constant, utiliser la conservation du volume (la densité étant supposée constante) pour obtenir le rayon de la tête en fonction du temps de montée. En supposant que le volume de la tête est initialement nul et que la vitesse de montée de la tête w est constante exprimer le flux Q en fonction du rayon de la tête et de la distance L depuis l'origine du panache.
8. Considérons maintenant le cas du panache qui passe du manteau inférieur (viscosité μ_l) au manteau supérieur (viscosité μ_u). Exprimer le rapport entre la vitesse w_t de la tête qui vient de passer dans le manteau supérieur et celle du conduit encore dans le manteau inférieur. A.-N. : $\mu_p / \mu_u = 0.1$, $\mu_u / \mu_l = 1/30$, épaisseur du manteau inférieur $L = 2200 km$, $a = 300 km$. Que se passe-t-il ?