Géomagnétisme

Durée 1h. Calculatrice autorisée. Pas de documents autorisés.

I. Fil électrique

Déterminez, par la méthode de votre choix, le champ magnétique $\vec{B}$ créé par un fil conducteur rectiligne infini parcouru par un courant électrique I.

II. Champ magnétique de Mercure

La figure 1 montre le champ magnétique mesuré par la sonde Messenger lors d'un survol de Mercure, ainsi que la position de la sonde en fonction du temps. Sont représentées la composante B_Z parallèle à l'axe de rotation de Mercure, et B_ρ perpendiculaire à l'axe de rotation (figure 2). On se propose d'analyser ces données en supposant que le champ magnétique de Mercure est, au premier ordre, un dipôle d'axe parallèle à l'axe de rotation de Mercure dont le centre est décalé d'une distance δ par rapport au centre de la planète (figure 2). On rappelle l'expression des composantes d'un champ dipolaire axial dans un repère sphérique, de centre confondu avec celui du dipôle :

$$B_{r_d} = -\frac{M\mu_0}{2\pi r_d^3}\cos\theta_d, \quad B_{\theta_d} = -\frac{M\mu_0}{4\pi r_d^3}\sin\theta_d, \quad B_\phi = 0,$$

où M est le moment magnétique et $\mu_0 = 4\pi\,10^{-7}$ kg m A^{-2} s^{-2}. Le rayon de Mercure est de 2440 km.

1. Par définition, que vaut B_ρ à l'équateur magnétique ? À quelles latitude et altitude la sonde Messenger traverse-t-elle l'équateur magnétique ?
2. En déduire une estimation du décalage δ du centre du dipôle par rapport à l'équateur.
3. Montrez que les composante B_Z et B_ρ du champ magnétique sont données par

$$B_Z = -\frac{M\mu_0}{2\pi r_d^3}\left(1 - \frac{3}{2}\sin^2\theta_d\right), \quad B_\rho = -\frac{3M\mu_0}{4\pi r_d^3}\cos\theta_d\sin\theta_d.$$

4. À quelle valeur de θ_d la composante B_Z s'annule-t-elle ?
5. Après avoir montré que $\delta = r\cos\theta\left(1 - \frac{\tan\theta}{\tan\theta_d}\right)$, déduire de la valeur de θ pour laquelle $B_Z = 0$ une seconde estimation du décalage δ.
6. Estimer le moment magnétique M de Mercure (on pourra utiliser la valeur de B_ρ en un point particulier).
7. On rappelle l'équation de l'induction :

$$\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = \vec{\mathrm{rot}}\left(\vec{v}\wedge\vec{B}\right) + \lambda\Delta\vec{B}.$$

   (a) Interpréter physiquement les différents termes de cette équation.
   (b) Définir le nombre de Reynolds magnétique et donner son sens physique.
   (c) Sachant que pour du fer liquide $\lambda \sim 1$ m^2.s^{-1}, proposer une estimation de l'ordre de grandeur de la vitesse de l'écoulement dans le noyau de Mercure.

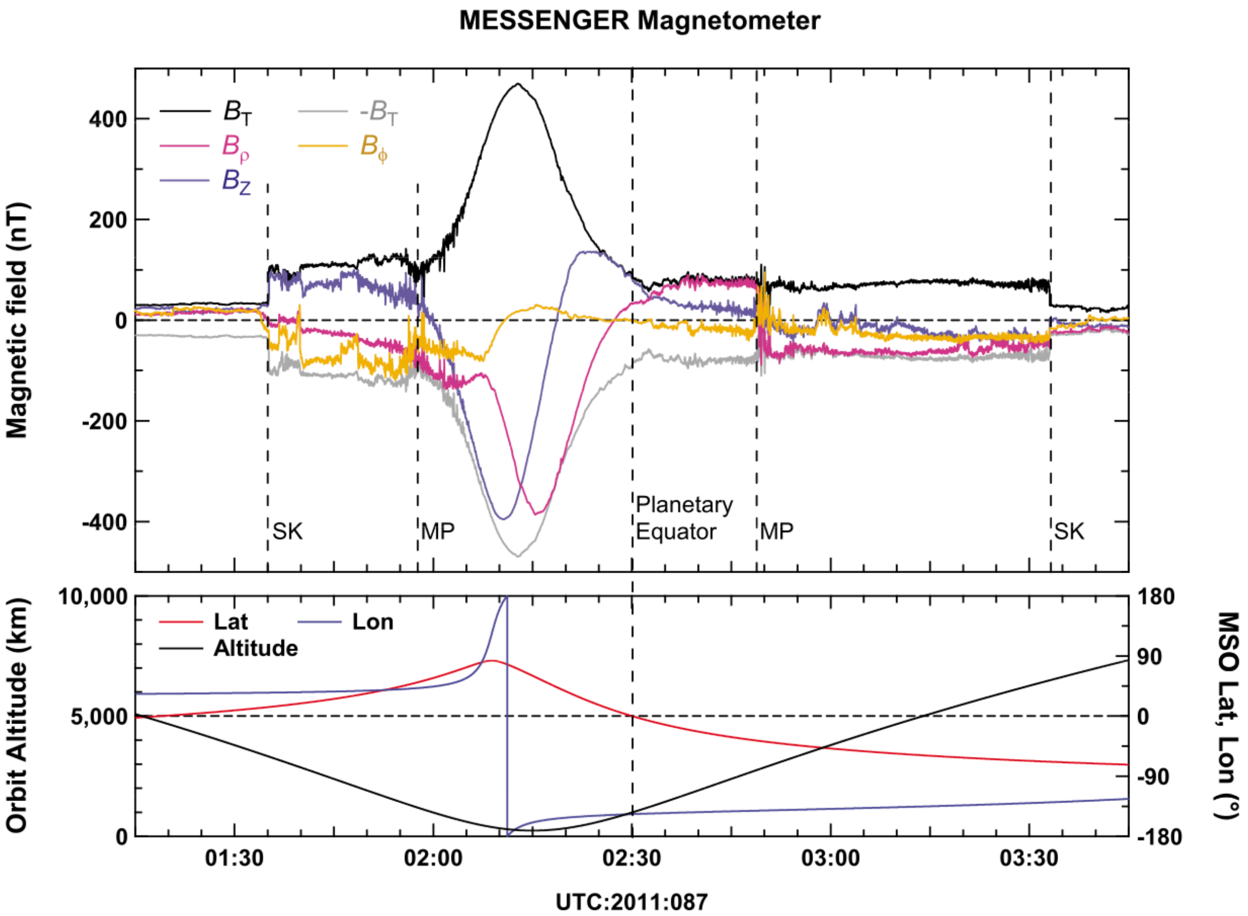

Figure 1 – **En haut :** Composantes B_ρ, B_Z, B_ϕ, et intensité B_T du champ magnétique mesuré par Messenger, en fonction du temps. **En bas :** position (latitude, longitude, altitude) de la sonde Messenger en fonction du temps. D'après Anderson *et al.* (2012).

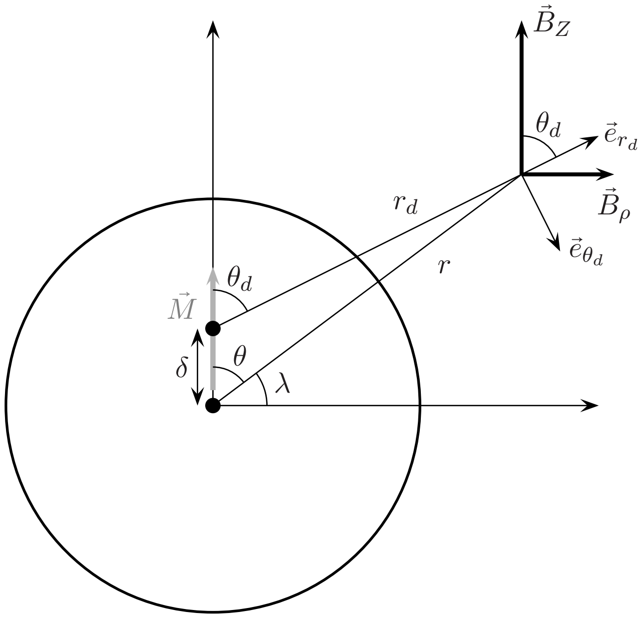

Figure 2 – Systèmes de coordonnées.