

UE géophysique 2

Examen 2016

L3 de sciences de la Terre, ENS Lyon.

Pas de document autorisé. Durée : ~ 45 min.

— o —

I. Boussole (1/10)

En un lieu à la surface de la Terre, dans quelle direction pointe une boussole ?

II. Équateur (1,5/10)

Sur la carte d'inclinaison jointe au sujet, représenter l'équateur magnétique et l'équateur géomagnétique. Le pôle géomagnétique Nord est à une longitude de $71,1^\circ\text{W}$ et une latitude de $79,1^\circ\text{N}$.

III. Fil infini (2,5/10)

Calculer le champ magnétique créé par un courant I qui circule dans un fil rectiligne infini.

IV. Inclinaison, latitude et origine du champ magnétique terrestre (5/10)

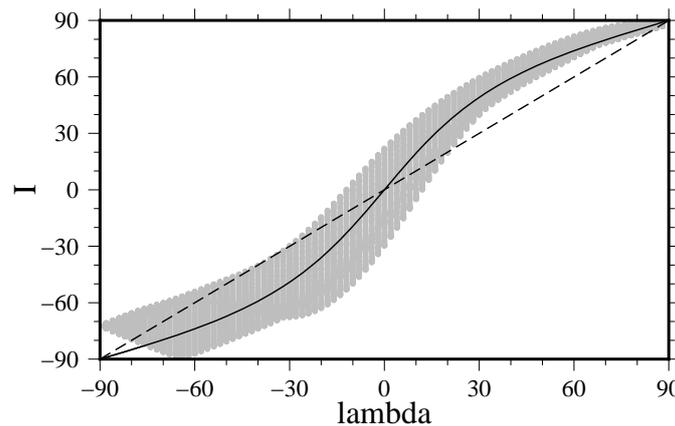
On écrit le champ magnétique à la surface de la Terre comme le gradient d'un potentiel scalaire V , $\vec{B} = -\vec{\nabla}V$. On peut montrer que le potentiel V peut s'écrire de manière générale comme

$$V = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \left[A_l^m \left(\frac{R}{r} \right)^{l+1} + B_l^m \left(\frac{r}{R} \right)^l \right] Y_l^m(\theta, \phi), \quad (1)$$

dans un système de coordonnées sphériques (r, θ, ϕ) . $Y_l^m(\theta, \phi)$ est l'harmonique sphérique de degré l et d'ordre m . R est le rayon de la Terre.

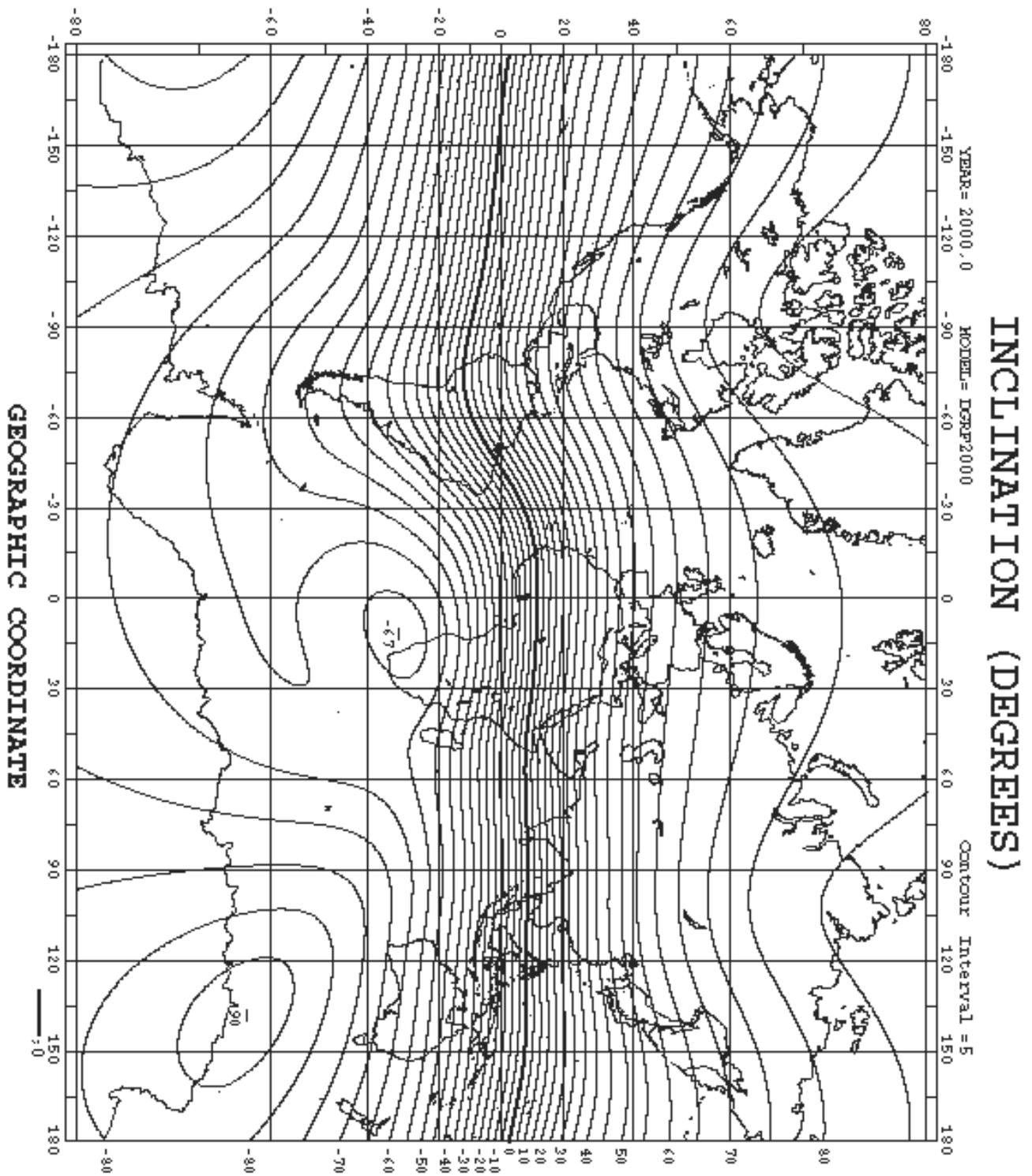
1. [1 point] Qu'est ce qui nous autorise à écrire le champ magnétique comme le gradient d'un potentiel ? Cette écriture est-elle valide dans toutes les enveloppes terrestres ?
2. [0,5 pt] Quelle est la signification physique des termes en $(R/r)^{l+1}$ et de ceux en $(r/R)^l$?

3. On se limite maintenant à la composante dipolaire NS du champ magnétique ($l = 1, m = 0$) pour lequel $Y_1^0(\theta, \phi) = \cos \theta$, et on écrit $V = \left[A_1^0 (R/r)^2 + B_1^0 (r/R) \right] \cos \theta$.
- (a) [1 pt] Calculez les composantes B_r, B_θ, B_ϕ du champ magnétique correspondant à ce potentiel à la surface de la Terre.
- (b) [1 pt] Définir l'inclinaison I du champ magnétique terrestre. Dédurre des expressions des composantes de \vec{B} une relation entre l'inclinaison I et la latitude $\lambda = \pi/2 - \theta$.
- (c) [1 pt] Comment se simplifie cette relation dans le cas d'un champ d'origine purement interne ? Pour un champ d'origine purement externe ?
- (d) [0,5 pt] On représente sur la figure ci-dessous l'inclinaison du champ magnétique à la surface de la Terre en fonction de la latitude, selon le modèle IGRF 2010 : en gris l'ensemble des mesures à toutes les longitudes, en trait continu la relation $I = \tan^{-1}(2 \tan \lambda)$, en tiretés la droite $I = \lambda$. Commentez.



Formulaire. Gradient en coordonnées sphériques d'un champ $A(r, \theta, \phi)$:

$$\vec{\nabla} A = \frac{\partial A}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A}{\partial \phi} \vec{e}_\phi \quad (2)$$



— 0 —