

Examen Élasticité

Février 2021

L3 de sciences de la Terre, F. Chambat, ENS de Lyon.

Documents autorisés : aucun. Durée : 1 h.

— o —

Contraintes au voisinage d'une faille [8 points]

On applique très lentement une contrainte cisailante τ dans la direction Ox de chaque côté d'une plaque élastique d'épaisseur $2h$, perpendiculaire à Oz et infinie dans les directions Ox et Oy (figure 1). Le déplacement du milieu est noté $\vec{u}$.

- 1.** Écrire les conditions aux limites en fonction de τ .
- 2.** Quelle hypothèse proposez-vous de faire sur $\vec{u}$?
- 3.** Rappeler l'équation vérifiée par $\vec{u}$, la résoudre. Donner l'expression de σ , $\vec{u}$ et du tenseur de déformation en fonction des données du problème.
- 4.** On considère que cette modélisation représente les contraintes au voisinage d'une faille sismique. En supposant qu'une contrainte sismique typique est 10^7 Pa pour un déplacement d'un mètre et un module de cisaillement de 10^{10} Pa, quelle est la « largeur » (que l'on peut qualifier d'« élastique ») d'une faille ?

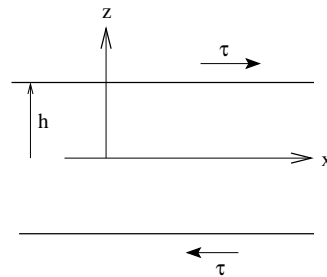


FIGURE 1 – Contraintes cisailantes sur une plaque.

Contraintes élastiques dans une plaque de neige [12 points]

Soit une plaque de neige d'épaisseur h sur un plan incliné de pente θ . On note Ox la direction de plus grande pente, Oz la perpendiculaire au plan dirigée vers le bas. La surface de la neige est en $z = 0$. On veut connaître la déformation, les contraintes et le déplacement $\vec{u}$ de cette plaque sous son poids peu après son dépôt.

- 1.** Pourquoi peut-on supposer que $u_x = u_x(z)$, $u_y = 0$, et $u_z = u_z(z)$?
- 2.** Déterminer le déplacement et les contraintes élastiques dans la plaque.
- 3.** Pour $\mu = 0$, $\theta = 45^\circ$, dans le repère (Ox, Oz) le tenseur des contraintes s'écrit ainsi :

$$\sigma = \sigma_0 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{avec } \sigma_0 < 0.$$

Toujours en restant dans le plan (Ox, Oz) , déterminer les contraintes principales et les directions principales du tenseur des contraintes, dessiner ce tenseur. Quelle est la direction probable de rupture ? Comparer aux photos de la figure 2.

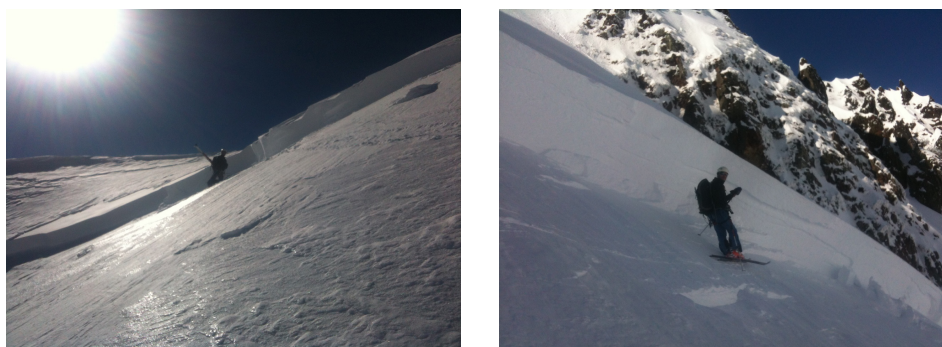


FIGURE 2 – Cassure de plaque de neige (Puy Redon, Auvergne ; photos F. Chuffart).

— o —