

# Examen Élasticité

Mai 2017

L3 de sciences de la Terre, F. Chambat, ENS de Lyon.

Documents autorisés : aucun. Durée  $\sim 1$  h.

— o —

## Contraintes dans un iceberg

Soit un iceberg parallélépipédique rectangle de densité  $\rho_g$  flottant sur l'eau de densité  $\rho_e$ . On note  $z = 0$  la surface de l'eau,  $z = H$  le fond de l'iceberg,  $z = -h$  son sommet,  $P$  la pression dans l'eau. La pression atmosphérique est négligée.

**1.** Écrire les conditions d'interface sur toutes les faces de l'iceberg et à la surface de l'eau.

**2.** On fait l'hypothèse que  $\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{xy} = 0$  dans tout l'iceberg. Résoudre les conditions d'équilibre : déterminer la pression dans l'eau et les contraintes dans l'iceberg.

**3.** Tracer les courbes représentant les contraintes en fonction de  $z$ . Au sens de la tectonique, l'iceberg est-il en compression ou en extension ?

## Contraintes au voisinage d'une faille

On applique une contrainte cisailante  $\tau$  dans la direction  $Ox$  de chaque côté d'une plaque élastique d'épaisseur  $2h$ , perpendiculaire à  $Oz$  et infinie dans les directions  $Ox$  et  $Oy$  (figure ??). Le déplacement du milieu est noté  $\vec{u}$ .

**1.** Écrire les conditions aux limites en fonction de  $\tau$ .

**2.** On suppose le milieu incompressible : comment cela s'écrit-il mathématiquement ?

**3.** Quelle hypothèse peut-on faire sur  $\vec{u}$  ?

**4.** On rappelle que la loi élastique linéaire s'écrit  $\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$  et l'équation d'équilibre  $\partial_j \sigma_{ij} = 0$ . Résoudre ces relations et donner l'expression de  $\sigma$  et  $\vec{u}$  en fonction des données du problème.

**5.** On considère que cette modélisation représente les contraintes au voisinage d'une faille sismique. En supposant qu'un relâchement de contraintes sismique typique est  $10^7$  Pa pour un déplacement d'un mètre et un module de cisaillement de  $10^{10}$  Pa, quelle est la « largeur » (que l'on peut qualifier d'« élastique ») d'une faille ?

— o —

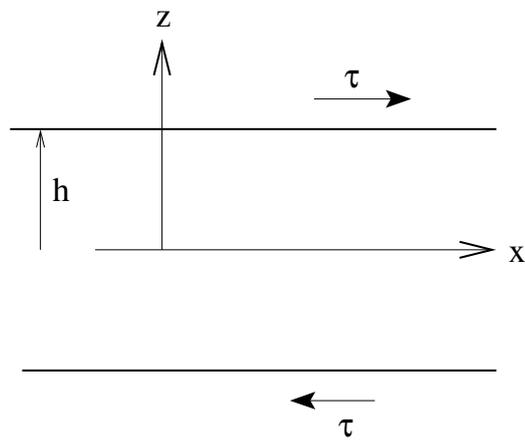


FIGURE 1 – *Contraintes cisailantes sur une plaque.*