Examen Élasticité

Juin 2017 - session 2

L3 de sciences de la Terre, F. Chambat, ENS de Lyon.

Documents autorisés : aucun. Durée $\sim$ 1 h.

— o —

Cisaillement et compression d'une plaque

On colle un échantillon élastique isotrope, en forme de plateau infini d'épaisseur h, à un milieu indéformable et on exerce sur toute sa surface un cisaillement τ ainsi qu'une pression P (fig. 1). On néglige la pesanteur. A partir de la symétrie du problème, se donner une forme *a priori* du déplacement élastique dans l'échantillon. Calculer ce déplacement en fonction des données du problème.

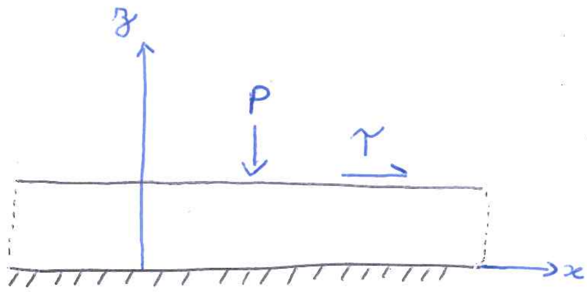

FIGURE 1 – Cisaillement et compression sur un échantillon très étendu.

Déformation élastique d'une montagne

Soit une montagne à cotés verticaux et sommet horizontal carré que l'on pose sur la Terre.

1. Donner les équations d'équilibre qui doivent être satisfaites dans la montagne et sur ses bords.

2. Montrer que le champ de contraintes suivant satisfait les équations précédentes :

$$\sigma_{zz} = \rho g(z - \ell), \qquad \text{les autres } \sigma_{ij} = 0, \tag{1}$$

où $z = 0$ représente la base de la montagne. Faire un schéma avec les éléments du problème. Quel est la signification de ℓ ?

3. En déduire le tenseur des déformations élastiques associées.

4. En déduire que le déplacement suivant satisfait aux équations de l'élasticité :

$$u_x = \alpha\rho g(\ell - z)x, \qquad u_y = \alpha\rho g(\ell - z)y, \qquad u_z = \frac{1}{2}\rho g\left\{\beta(z^2 - 2\ell z) + \alpha(x^2 + y^2)\right\} \tag{2}$$

avec α et β des constantes à déterminer.

5. Représenter la forme de la montagne avant et après déformation.

6. Déterminer le déplacement à la base de la montagne. Commenter. [1]

— o —

Texte disponible à `http://frederic.chambat.free.fr/ens`

1. Pour information, en mécanique on justifie la validité de la solution calculée ici en appliquant le *principe de Saint-Venant.* Ce principe empirique s'énonce ainsi : étant donné un solide déformable, si sur une partie Σ de sa frontière on remplace une distribution de forces appliquées par une autre distribution, constituant un torseur (résultante et moment des forces) équivalent et agissant également sur Σ, les sollicitations restent inchangées dans toute région du solide suffisamment éloignée de Σ.