

# Examen Élasticité, UE Géophysique 1

## Mai 2016

L3 de sciences de la Terre, F. Chambat, ENS Lyon.

Documents autorisés : aucun. Durée  $\sim 1$  h .

— o —

Il y a beaucoup de questions mais elles sont courtes.

### Cisaillement pur

**1.** Soit le champ de déplacement à 2D :  $u_x = az, u_z = ax$ , avec  $a$  une constante positive. Soit un carré délimité par les quatre points de coordonnées  $(x, z) = (0, 0), (1, 0), (1, 1), (0, 1)$ . Représenter  $\vec{u}$  sur les bords de ce carré et représenter ce que devient ce carré après déplacement. Donner un exemple physique d'un tel champ.

**2.** Calculer  $\text{div } \vec{u}$ ,  $\text{Rot } \vec{u}$  et le tenseur de déformation.

**3.** Diagonaliser et représenter le tenseur de déformation, et commenter.

**4.**  $\vec{u}$  dérive-t-il d'un potentiel scalaire ou vecteur ?

### Réflexion d'ondes sismiques

Soit un déplacement élastique  $\vec{u} = \cos(kz - \omega t)\vec{e}_z$ .

**1.** Pourquoi s'agit-il d'une onde ? La décrire. En donner un exemple physique.

**2.** Montrer qu'elle vérifie l'équation de l'élastodynamique sans gravité à une condition que l'on précisera.

**3.** Cette onde arrive sur une interface  $z = 0$  séparant un milieu de paramètres  $\rho_1, \lambda_1, \mu_1$  d'un deuxième milieu de paramètres  $\rho_2, \lambda_2, \mu_2$ . Cela donne lieu à une onde réfléchie  $\vec{u}_R = R \cos(kz + \omega t)\vec{e}_z$  et une transmise  $\vec{u}_T = T \cos(kz - \omega t)\vec{e}_z$ . Pourquoi a-t-on mis un + dans l'expression de  $\vec{u}_R$  ?

**4.** Quelles conditions faut-il appliquer sur l'interface ? En les appliquant, déterminer les coefficients de réflexion et transmission  $R$  et  $T$ . Donner un ordre de grandeur de  $R$  et  $T$  pour une onde sonore arrivant sur un mur ou une falaise rocheuse.

### Contraintes au voisinage d'une faille

On applique une contrainte cisailante  $\tau$  dans la direction  $Ox$  de chaque côté d'une plaque élastique d'épaisseur  $2h$ , perpendiculaire à  $Oz$  et infinie dans les directions  $Ox$  et  $Oy$  (figure 1). Le déplacement du milieu est noté  $\vec{u}$ .

**1.** Quelle hypothèse simple peut-on faire sur  $\vec{u}$  ?

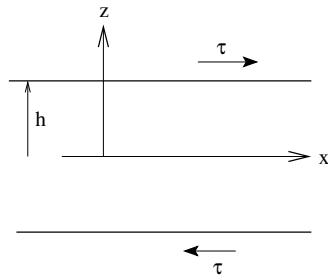


FIGURE 1 – Contraintes cisailantes sur une plaque.

**2.** Avec cette hypothèse, résoudre les relations de l'élasticité linéaire et donner l'expression de  $\sigma$  et  $\vec{u}$  en fonction des données du problème.

**3.** On considère que cette modélisation représente les contraintes au voisinage d'une faille sismique. En supposant qu'un relâchement de contraintes sismique typique est  $10^7$  Pa pour un déplacement d'un mètre et un module de cisaillement de  $10^{10}$  Pa, quelle est la « largeur élastique »  $2h$  d'une faille ?

— o —