

Examen Élasticité, UE Géophysique 1

Mai 2016

L3 de sciences de la Terre, F. Chambat, ENS Lyon.

Documents autorisés : aucun. Durée ~ 1 h .

— o —

Il y a beaucoup de questions mais elles sont courtes.

Cisaillement pur

1. Soit le champ de déplacement à 2D : $u_x = az, u_z = ax$, avec a une constante positive. Soit un carré délimité par les quatre points de coordonnées $(x, z) = (0, 0), (1, 0), (1, 1), (0, 1)$. Représenter \vec{u} sur les bords de ce carré et représenter ce que devient ce carré après déplacement. Donner un exemple physique d'un tel champ.

2. Calculer $\text{div } \vec{u}$, $\text{Rot } \vec{u}$ et le tenseur de déformation.

3. Diagonaliser et représenter le tenseur de déformation, et commenter.

4. \vec{u} dérive-t-il d'un potentiel scalaire ou vecteur ?

Réflexion d'ondes sismiques

Soit un déplacement élastique $\vec{u} = \cos(kz - \omega t)\vec{e}_z$.

1. Pourquoi s'agit-il d'une onde ? La décrire. En donner un exemple physique.

2. Montrer qu'elle vérifie l'équation de l'élastodynamique sans gravité à une condition que l'on précisera.

3. Cette onde arrive sur une interface $z = 0$ séparant un milieu de paramètres ρ_1, λ_1, μ_1 d'un deuxième milieu de paramètres ρ_2, λ_2, μ_2 . Cela donne lieu à une onde réfléchie $\vec{u}_R = R \cos(kz + \omega t)\vec{e}_z$ et une transmise $\vec{u}_T = T \cos(kz - \omega t)\vec{e}_z$. Pourquoi a-t-on mis un + dans l'expression de \vec{u}_R ?

4. Quelles conditions faut-il appliquer sur l'interface ? En les appliquant, déterminer les coefficients de réflexion et transmission R et T . Donner un ordre de grandeur de R et T pour une onde sonore arrivant sur un mur ou une falaise rocheuse.

Contraintes au voisinage d'une faille

On applique une contrainte cisailante τ dans la direction Ox de chaque côté d'une plaque élastique d'épaisseur $2h$, perpendiculaire à Oz et infinie dans les directions Ox et Oy (figure 1). Le déplacement du milieu est noté \vec{u} .

1. Quelle hypothèse simple peut-on faire sur \vec{u} ?

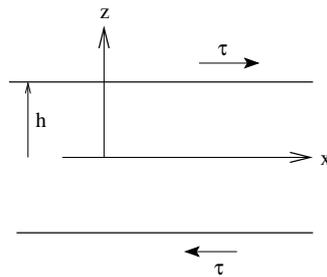


FIGURE 1 – Contraintes cisailantes sur une plaque.

2. Avec cette hypothèse, résoudre les relations de l'élasticité linéaire et donner l'expression de σ et \vec{u} en fonction des données du problème.

3. On considère que cette modélisation représente les contraintes au voisinage d'une faille sismique. En supposant qu'un relâchement de contraintes sismique typique est 10^7 Pa pour un déplacement d'un mètre et un module de cisaillement de 10^{10} Pa, quelle est la « largeur élastique » $2h$ d'une faille ?

— o —