Examen Élasticité, UE Géophysique 1
Mai 2015

L3 de sciences de la Terre, F. Chambat, ENS Lyon.

Documents autorisés : aucun. Durée $\sim$ 1 h 30.

— o —

Cisaillement pur

1. Soit le champ de déplacement $\vec{u}$ à 2D : $u_x = az, u_z = ax$ avec a une constante positive. Soit un carré délimité par les quatre points de coordonnées $(x, z) = (0,0), (1,0), (1,1), (0,1)$. Représenter $\vec{u}$ sur les bords de ce carré et ce que devient ce carré après déplacement. Donner un exemple physique d'un tel champ.

2. Calculer $\operatorname{div} \vec{u}$, $\operatorname{Rot} \vec{u}$ et le tenseur de déformation.

3. Diagonaliser et représenter ce tenseur de déformation et commenter.

4. $\vec{u}$ dérive-t-il d'un potentiel scalaire ou vecteur ?

Contraintes dans un iceberg

Soit un iceberg parallélépipédique rectangle de densité ρ_g flottant sur l'eau de densité ρ_e. On note $z = 0$ la surface de l'eau, $z = H$ le fond de l'iceberg, $z = -h$ son sommet, P la pression dans l'eau. La pression atmosphérique est négligée.

1. Écrire les conditions d'interface sur toutes les faces de l'iceberg et à la surface de l'eau.

2. On fait l'hypothèse que $\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{xy} = 0$ dans tout l'iceberg. Donner un argument pour cette hypothèse.

3. Résoudre les conditions d'équilibre : déterminer la pression dans l'eau et les contraintes dans l'iceberg.

4. Tracer les courbes représentant les contraintes en fonction de z. Au sens de la tectonique, l'iceberg est-il en compression ou en extension ?

Cisaillement et compression d'une plaque

On colle un échantillon élastique, en forme de plateau infini d'épaisseur h, à un milieu indéformable et on exerce sur toute sa surface un cisaillement τ ainsi qu'une pression P (fig. 1). On néglige la pesanteur. A partir de la symétrie du problème, se donner une forme *a priori* du déplacement élastique dans l'échantillon. Calculer ce déplacement en fonction des données du problème.

Formulaire : on prendra un comportement élastique isotrope avec des paramètres λ et μ constants ; on rappelle qu'alors le tenseur des contraintes est donné par $\sigma_{ij} = \lambda\epsilon_{kk}\delta_{ij} + 2\mu\epsilon_{ij}$ où le tenseur des déformations est $\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_j u_i + \partial_i u_j)$.

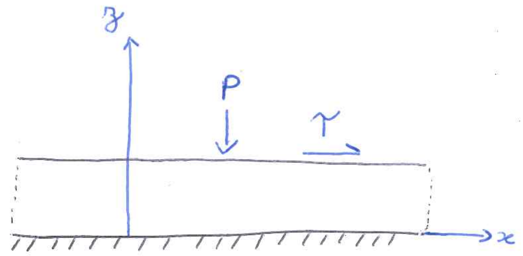

FIGURE 1 – Cisaillement et compression sur un échantillon très étendu.

— o —