

Examen Élasticité, UE Géophysique 1

mai 2014

L3 de sciences de la Terre, ENS Lyon.

Documents autorisés : aucun. Durée \sim 1 h 30

— o —

Dans tous les problèmes d'élasticité on prendra un comportement élastique isotrope avec des paramètres λ et μ constants ; on rappelle qu'alors le tenseur des contraintes est donné par $\sigma_{ij} = \lambda \epsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij}$ où le tenseur des déformations est $\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_j u_i + \partial_i u_j)$.

Contraintes et déformations sur un plan incliné (4/10)

On pose un bloc rectangulaire de densité ρ et d'épaisseur h sur un plan indéformable incliné d'un angle α par rapport à l'horizontal.

1. On suppose dans cette question que le bloc est peu étendu. En faisant le bilan des forces exercées sur le bloc, déterminer, à l'équilibre, les contraintes normale et cisailante σ_n et τ en fonction de ρ , h et du champ de pesanteur g .

2. On suppose maintenant que le bloc est très étendu dans les deux directions parallèles au plan incliné (le bloc est donc une plaque). Calculer et représenter le déplacement élastique dans cette plaque.

Expérience de compression ¹ (6/10)

On considère une carotte de roche de densité $\rho = 2800 \text{ kg m}^{-3}$, cylindrique de section carrée de côté e , de hauteur h suivant l'axe Oz .

1. Dans une première expérience cette carotte est comprimée suivant l'axe Oz , par une force par unité de surface, Σ , alors que la carotte est confinée latéralement. Exprimez son raccourcissement δh en fonction des données du problème.

2. Dans une deuxième expérience, la carotte n'est plus confinée latéralement. Son nouveau raccourcissement vaut $\delta h' = \frac{\lambda + \mu}{(3\lambda + 2\mu)\mu} h \Sigma$. Quel est le principe du calcul de $\delta h'$?

3. On a mesuré dans la première expérience, $\delta h = 21 \mu\text{m}$ et dans la deuxième $\delta h' = 25 \mu\text{m}$ ($h = 5 \text{ cm}$, $\Sigma = 10^7 \text{ Pa}$). Calculez la valeur des paramètres de Lamé de la roche constituant la carotte (on pourra commencer par poser $E = \frac{(3\lambda + 2\mu)\mu}{\lambda + \mu}$ et $F = \lambda + 2\mu$).

4. Calculer les vitesses v_p et v_s des ondes sismiques qui peuvent se propager dans cette roche.

— o —

Texte disponible à <http://frederic.chambat.free.fr/ens>

1. D'après Y. Ricard, examen 2011.