Examen Élasticité, UE Géophysique 2
25 mai 2009

L3 de sciences de la Terre, ENS Lyon.

Documents autorisés : aucun. Durée $\sim$ 1 h 30

— o —

Contraintes de cisaillement

Soit un bloc rectangulaire peu étendu posé sur un plan incliné. En faisant le bilan des forces exercées sur le bloc, déterminer, à l'équilibre, les contraintes normale et cisaillante exercées par le bloc sur le plan incliné en fonction de la densité et de la taille du bloc.

Contraintes au voisinage d'une faille

On applique une contrainte cisaillante τ dans la direction Ox de chaque côté d'une plaque élastique d'épaisseur $2h$, perpendiculaire à Oz et infinie dans les directions Ox et Oy (figure 1). Le déplacement du milieu est noté $\vec{u}$.

1. Écrire les conditions aux limites en fonction de τ.

2. On suppose le milieu incompressible : comment cela s'écrit-il mathématiquement ?

3. Quelle hypothèse peut-on faire sur $\vec{u}$?

4. On rappelle que la loi élastique linéaire s'écrit $\sigma_{ij} = \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij}$ et l'équation d'équilibre $\partial_j\sigma_{ij} = 0$. Résoudre ces relations et donner l'expression de σ et $\vec{u}$ en fonction des données du problème.

5. On considère que cette modélisation représente les contraintes au voisinage d'une faille sismique. En supposant qu'un relâchement de contraintes sismique typique est 10^7 Pa pour un déplacement d'un mètre et un module de cisaillement de 10^{10} Pa, quelle est la « largeur » (que l'on peut qualifier d'« élastique ») d'une faille ?

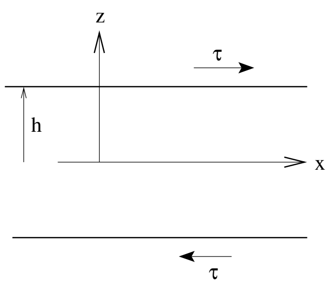

FIG. 1 – *Contraintes cisaillantes sur une plaque.*

Déformation élastique d'une montagne

Soit une montagne à cotés verticaux et sommet plat (une section de cylindre) que l'on pose instantanément sur la Terre. Montrer que le champ de contraintes suivant satisfait les équations d'équilibre :

$$\sigma_{zz} = \rho g(z - \ell), \qquad \text{les autres } \sigma_{ij} = 0. \tag{1}$$

En déduire le tenseur des déformations élastiques associées. En déduire que le déplacement suivant satisfait aux équations de l'élasticité :

$$u_x = \alpha\rho g(\ell - z)x, \qquad u_y = \alpha\rho g(\ell - z)y, \qquad u_z = \frac{1}{2}\rho g\left\{\beta(z^2 - 2\ell z) + \alpha(x^2 + y^2)\right\} \tag{2}$$

avec α et β des constantes à déterminer.

— o —