

## TD - Gravimétrie

Licence des sciences de la Terre, Lyon 1.

### Anomalie gravimétrique d'un tunnel

- 1.** Calculer le champ de gravité d'un cylindre homogène, infiniment long.
- 2.** En déduire l'anomalie gravimétrique produite à la surface du sol par un cylindre homogène, horizontal, infiniment long, dont l'axe est situé à une profondeur  $h$ . On notera  $\Delta\rho$  le contraste de densité entre le cylindre et le terrain encaissant.
- 3.** Sachant qu'un gravimètre a une précision de mesure de l'ordre de  $10 \mu \text{ gal}$ , peut-on détecter la présence d'EuroTunnel à bord d'un bateau équipé d'un gravimètre ?

### Déviations de la verticale

On considère une montagne en forme de demi-sphère (cf. fig. 1) et l'attraction qui en résulte. L'altitude de la montagne est  $h = 5 \text{ km}$ , sa densité est celle de la croûte  $\rho_c = 2,7$ . On note  $g_0$  le champ de pesanteur «moyen», c'est-à-dire sans la montagne, à altitude nulle ( $h = 0$ ) et  $g = g_0 + \delta g$  le champ avec la montagne. Le champ  $g_0 = 9,82 \text{ ms}^{-2}$  est dû à l'attraction de la Terre sphérique. On prendra  $G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$  pour valeur de la constante de gravitation et  $R = 6371 \text{ km}$  pour le rayon de la Terre.

- 1.** Déterminer la composante horizontale  $\delta g_x$  au point O de l'attraction due à la montagne (indication : une sphère = 1/2 sphère + 1/2 sphère et on utilise la symétrie).
- 2.** On appelle déviation de la verticale l'angle  $\theta$  entre  $g_0$  et  $g$ . Calculer  $\theta$  au premier ordre en fonction de  $g_0$  et  $\delta g$ . En déduire  $\theta$  en fonction de la densité moyenne de la Terre  $\bar{\rho}$ , de  $\rho_c$ ,  $h$  et  $R$ .
- 3.** On mesure  $\theta = 5 \cdot 10^{-5}$  radians. Quel peut-être le principe d'une telle mesure ? Que pensez-vous du résultat obtenu ?

### Limite de Roche

Un satellite sphérique de masse  $m$  de rayon  $r$  tourne autour de sa planète à une distance  $d$  constante (mouvement circulaire). La planète est sphérique de masse  $M$  de rayon  $R$  (cf. fig. 2).

- 1.** Quelle est la vitesse angulaire  $\Omega$  de révolution du satellite en fonction de  $G$ ,  $M$  et  $d$  ? On suppose que la vitesse de rotation est identique à  $\Omega$  ; pourquoi fait-on une telle hypothèse ?

**2.** Faire le bilan des forces subies par les points O et P ; quelle est l'accélération de marée subie par le satellite au point P ? On suppose  $r \ll d$ . Quelle est l'accélération, dans le repère en translation avec le satellite, subie par ce point ? On ne tient pas compte de la pression.

**3.** En déduire qu'il y a une distance limite  $d_l$  (appelée limite de Roche) en dessous de laquelle le satellite (très peu résistant aux contraintes) se brise. Montrer que :

$$d_l = \left( 3 \frac{\rho_M}{\rho_m} \right)^{\frac{1}{3}} R \quad (1)$$

où  $\rho_M$  et  $\rho_m$  sont les densités de la planète et du satellite. En 1850 un français nommé Roche a trouvé environ 2,46 comme coefficient au lieu du  $3^{\frac{1}{3}} \simeq 1,44$ . Quels phénomènes ou forces a-t-on négligés ?

**4.** Mimas, le satellite de Saturne de densité 1,44 est situé à une distance de 3,08 fois le rayon de cette planète. Les anneaux de glace de Saturne sont à une distance comprise entre 1,15 et 2,25 fois le rayon de la planète. La densité de Saturne est de 0,7. Est-ce que la théorie développée vous satisfait ?

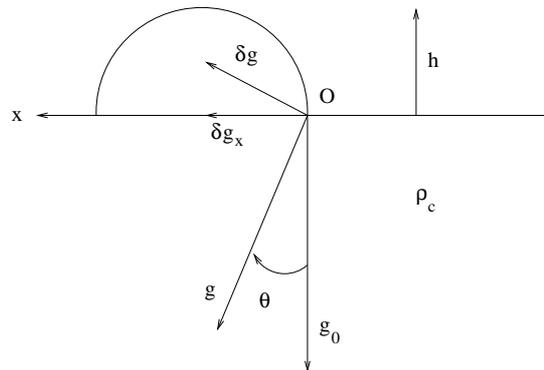


FIG. 1 – Déviation de la verticale.

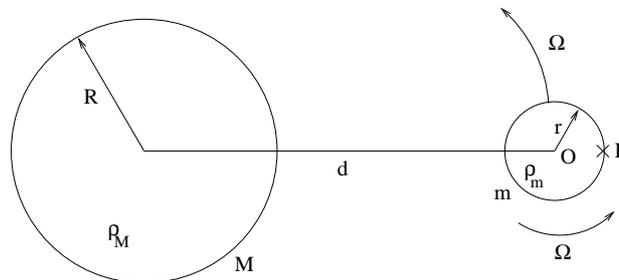


FIG. 2 – Planète et satellite.