

Cours « Champs »,
Examen du 30 mai 2006
L3 de sciences de la Terre, ENS Lyon.
Examen avec documents.

— o —

Tronc commun du module

Examen avec cours, durée conseillée 1 h.

A. Champ vectoriel

Soit le champ $\vec{u}(x, y) = (y, -Ay)$ où A est une constante. Représenter \vec{u} et ses lignes de champ. Donner un exemple physique d'un tel champ. Calculer et représenter $\text{div}\vec{u}$ et $\text{Rot}\vec{u}$.

B. Ondes sphériques

Soit $f(r, t) = \frac{1}{r} \cos(kr - \omega t)$ la représentation d'une onde sphérique, avec t le temps et r le rayon à la source. Calculer $\partial_t^2 f$ et Δf en sphériques. Quelle équation doivent vérifier k et ω ?

C. Théorème de Gauss

A l'aide du théorème de Gauss calculer le champ de gravité à l'extérieur d'un plateau infini d'épaisseur h (volume limité par deux plans parallèles) de densité ρ . On pourra considérer comme volume d'application du théorème un cylindre perpendiculaire au plateau et symétrique par rapport au plateau.

Partie optionnelle du module

Examen avec cours, durée conseillée 40 min.

A. Théorème II

Une boule solide se déplace dans un milieu visqueux. Déterminer la forme de la force de frottement f qui s'applique à la boule en fonction de son rayon r , sa masse m , sa vitesse v et la viscosité du milieu η . Pourquoi peut-on penser que cette force ne dépend pas de la masse ? Simplifier f .

B. Divergence en coordonnées cylindriques

Soit un petit élément de volume cylindrique délimité par les coordonnées cylindriques $r, r + dr, \theta, \theta + d\theta, z, z + dz$.

Dessiner cet élément de volume. Quelles sont les longueurs des côtés de ce volume ? Quel est le volume dV de cet élément ? Calculer l'expression de la divergence en coordonnées cylindriques à partir de l'expression

$$\int_V \operatorname{div} \vec{u} \, dV = \int_{\partial V} \vec{u} \cdot \vec{n} \, dS. \quad (1)$$

— 0 —