

Partiel « Champs »,  
9 février 2007

L3 de sciences de la Terre, ENS Lyon.

Examen avec documents. Durée : 2h.

— o —

**1.** Soit le champ de vitesse  $\vec{v} = (\sin(\pi x) \cos(\pi y), -\cos(\pi x) \sin(\pi y))$  pour  $(x, y) \in [0, 1] \times [0, 1]$ . Donner l'équation des lignes de champ. Représenter ce champ ainsi que ses lignes de champ. Cet écoulement pourrait-il être celui d'un fluide incompressible ?

**2.** Le champ suivant dérive-t-il d'un potentiel (vecteur ou scalaire) :  $\vec{u} = (x + y, x + z, y)$  ? Si oui donner l'expression de ce(s) potentiel(s).

**3.** A l'aide du calcul indicial développer l'expression  $\text{div}(\vec{u} \wedge \vec{v})$ .

**4.** Contraintes élastiques dans un bassin sédimentaire.

On considère une sédimentation d'épaisseur  $h$  de densité  $\rho$  dans un bassin fermé (figure 1) qui conduit à un tassement vertical dans le bassin dû à l'élasticité et au poids des matériaux. Le socle sera supposé indéformable.

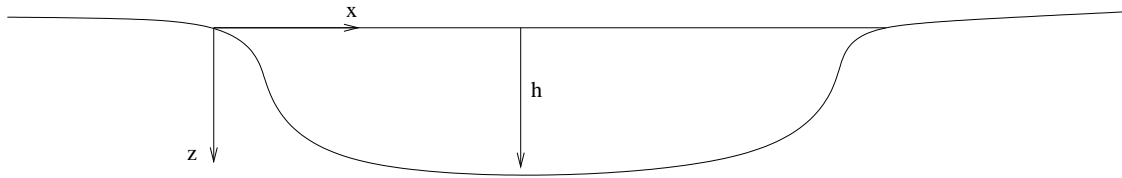


FIG. 1 – *Bassin sédimentaire.*

a) On considère que le déplacement est de la forme  $\vec{u} = u(z)\vec{e}_z$  où  $z$  est la profondeur et  $\vec{e}_z$  est le vecteur unitaire vertical (ce qui revient à dire que les sédiments glissent librement sur les cotés du bassin). Donner l'expression du tenseur de déformation  $\epsilon_{ij} = (\partial_i u_j + \partial_j u_i)/2$ .

b) Donner dans ce cas l'expression des contraintes élastiques.

c) Dédire de l'équation d'équilibre et des conditions aux limites les expressions à toute profondeur des contraintes, du déplacement et des déformations en fonction des données du problème et de la pesanteur  $g$ .

d) Le régime de contrainte est-il compressif ou extensif ? D'éventuelles failles seraient-elles normales ou inverses ?

e) Application numérique. Avec  $\lambda \simeq \mu$ ,  $\rho = 3000 \text{ kg/m}^3$  donner une estimation du déviateur de contraintes à un kilomètre de profondeur (déviateur=différence entre contrainte verticale et horizontale).

f) Donner l'expression de la contrainte normale  $s$  et de la contrainte tangentielle  $\tau$  s'exerçant sur un plan faisant un angle  $\theta$  avec la verticale à une profondeur  $z$ . Tracer le cercle de Mohr correspondant.

g) Nous avons dit en cours que le glissement s'effectue préférentiellement quand la contrainte tangentielle est maximale. A quelle angle  $\theta$  cela correspond-il ? En réalité le glissement s'effectue lorsque la contrainte tangentielle atteint une fraction de la contrainte normale, c'est-à-dire quand  $\tau = f \sigma$  où  $f$  est appelé *coefficient de friction*. Indiquer une méthode graphique pour déterminer le coefficient de friction à partir duquel un glissement apparait et l'angle  $\theta$  de ce glissement.

h) Application numérique. Quelle valeur de  $f$  correspond à un glissement préférentiel de pendage  $60^\circ$  ?

— o —