

Cours « Champs », Tronc commun  
Examen partiel du 6 février 2006

L3 de sciences de la Terre, ENS Lyon.

Examen avec documents, 2 h.

— o —

**1.** Soit une montagne dont l'altitude est donnée par  $f(x, y) = \exp(-(x^2 + (y/2)^2))$ . Dessiner sa forme en 3 dimensions ( $z = f(x, y)$ ) et en deux dimensions à l'aide de courbes de niveau. Calculer et représenter le gradient de  $f$ .

**2.** Soit un champ de vitesse à deux dimensions  $\vec{v} = (\sin(\pi x) \cos(\pi y), -\cos(\pi x) \sin(\pi y))$  sur  $[0, 1] \times [0, 1]$ . Représenter ce champ et tracer les lignes de champ. Que vaut sa divergence ? Déterminer l'équation des lignes de champ ( $y = f(x)$ ).

**3.** Soit le champ de vecteurs  $\vec{u} = ar^n \vec{r}$  avec  $\vec{r} = (x, y, z)$ ,  $r$  sa norme et  $a$  une constante. Après avoir représenté ce champ, calculer sa divergence et son rotationnel. Pour quelles valeurs de  $n$  le champ  $\vec{u}$  est-il solénoïdal ?

**4.** A l'aide du calcul indicial développer  $\text{div}(\vec{u} \wedge \vec{v})$ .

**5.** Calculer le champ de gravité d'un cylindre uniforme et infini de rayon  $R$ , à distance  $r > R$  de l'axe du cylindre. On pourra prendre pour volume d'application du théorème de Gauss un cylindre de longueur  $L$  et de rayon  $r$ .

— o —